

# Mathématiques ~ Entrée en terminale technologique

## 1 Préambule

Tu vas entrer en terminale en septembre prochain. Je te félicite pour ton passage !

Il est important que tu mesures que l'an prochain, au-delà de te préparer au bac, tu vas commencer à acquérir des connaissances et des méthodes de travail indispensables pour réussir dans **tes études supérieures**. Il est aussi important que tu fournisses des efforts réguliers pour que l'année de terminale soit un tremplin efficace pour te constituer une bonne base pour ton dossier d'orientation post-bac. Aujourd'hui, pratiquement toutes les formations de l'enseignement supérieur sont sélectives via la plateforme Parcoursup et avoir ton bac ne te garantit pas d'avoir une place dans la formation de tes rêves. Heureusement peu importe tes notes de première, l'appréciation de ton dossier se fera aussi en mesurant tes **tes progrès, ton sérieux et ta motivation** durant l'année de terminale.

L'objectif de ce livret de révisions est de guider pour préparer ta rentrée en mathématiques. Tu ne seras pas seul(e) et livré(e) à toi-même. Si tu as des difficultés pour réussir un exercice (cela arrivera et c'est normal !) alors tu pourras, à tout moment, nous poser des questions cet été via le tchat à l'adresse suivante

[http://sarmate.xyz/Cours/Cahiers\\_de\\_vacances/2021/chat\\_TT/chat\\_vacances\\_TT.php](http://sarmate.xyz/Cours/Cahiers_de_vacances/2021/chat_TT/chat_vacances_TT.php)

Le lien est disponible sur le site du lycée. Bien sûr, les enseignants qui te répondront seront comme toi en vacances, du coup on ne répondra pas toujours immédiatement en fonction de nos disponibilités mais on te répondra ! Dans l'attente de notre réponse, si tu n'as toujours pas d'idée pour avancer, il te suffira d'aborder un autre exercice.

### À quel rythme dois-tu travailler avec ce fichier ?

Ce livret a été conçu comme un cahier de vacances. Tu es libre de le faire dans l'ordre que tu préfères et au rythme que tu veux. Il a été conçu pour que tu puisses travailler avec **un rythme moyen** d'un exercice tous les deux jours. Pour te motiver à chercher tous les exercices. Lors de la semaine de la rentrée le sujet du premier DST de mathématiques sera composé exclusivement d'exercices de cette liste. Donc, si tu sais tout bien faire, tu vas commencer l'année avec un 20/20. Pour t'aider, n'hésite pas à consulter ton cours de 2nde si tu peux. Il y a aussi d'excellentes ressources sur internet pour réviser. Voici deux liens utiles:

- <http://sarmate.xyz/>
- <https://www.maths-et-tiques.fr/>

Voilà, si tu lis cette ligne en ayant aussi lu tout ce qui précède alors tu as sûrement la qualité principale pour réussir: la motivation :).

**Bonne préparation de la rentrée et bonnes vacances !**

## 2 Probabilités/Statistiques

### Exercice 1

Un restaurant propose dans son menu trois formules :

- Formule A : entrée plus plat
- Formule B : plat plus dessert
- formule C : entrée plus plat plus dessert

On note le choix des clients venus pour déjeuner à midi (ensemble noté  $M$ ) ou pour dîner le soir (ensemble noté  $S$ ). Les effectifs sont répertoriés dans le tableau ci-dessous.

	Formule A	Formule B	Formule C	Total
Déjeuner $M$	27	31		75
Dîner $S$	12	20	53	85
Total	39	51	70	160

1. Quel effectif doit-on écrire dans la case vide du tableau ?

2.
  - a. Calculer la fréquence en pourcentage des clients ayant choisi la formule A parmi ceux qui sont venus déjeuner à midi.
  - b. Montrer que la fréquence en pourcentage de clients venus dîner le soir parmi ceux qui ont choisi la formule B est au dixième près égal à 39,2 %.
3. Calculer la fréquence en pourcentage de clients ayant déjeuné le midi dans ce restaurant.
4. Le patron du restaurant déclare : « J'ai une carte des desserts très attractive car plus des trois quarts des clients choisissent une formule avec dessert. »  
A-t-il raison ? Justifier.

## Exercice 2

Une compagnie d'assurance auto propose deux types de contrat :

- un contrat « Tous risques » dont le montant annuel est de 500 €;
- un contrat « de base » dont le montant annuel est de 400 €.

En consultant le fichier clients de la compagnie, on recueille les données suivantes :

- 60 % des clients possèdent un véhicule récent (moins de 5 ans). Les autres clients ont un véhicule ancien ;
- parmi les clients possédant un véhicule récent, 70 % ont souscrit au contrat « Tous risques » ;
- parmi les clients possédant un véhicule ancien, 50 % ont souscrit au contrat « Tous risques ».

On considère un client choisi au hasard.

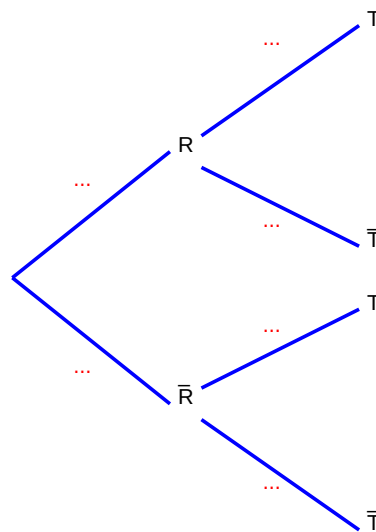
D'une manière générale, la probabilité d'un évènement  $A$  est notée  $P(A)$  et son évènement contraire est noté  $\bar{A}$ .

On note les évènements suivants :

- $R$  : « le client possède un véhicule récent »;
- $T$  : « le client a souscrit au contrat "Tous risques" ».

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le montant du contrat souscrit par un client.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité traduisant les données de l'exercice.
2. Calculer la probabilité qu'un client pris au hasard possède un véhicule récent et ait souscrit au contrat « Tous risques », c'est-à-dire calculer  $P(R \cap T)$ .
3. Montrer que  $P(T) = 0,62$ .
4. La variable aléatoire  $X$  ne prend que deux valeurs  $a$  et  $b$ .  
Déterminer ces deux valeurs, puis les probabilités  $P(X = a)$  et  $P(X = b)$ , et l'espérance de  $X$ .



## Exercice 3

Le gérant d'un restaurant développe une nouvelle formule de restauration rapide le midi. Il propose un menu comprenant un plat et un dessert. Les clients ont le choix entre deux plats (viande ou poisson) et trois desserts (pâtisserie, laitage ou fruit). Il teste sa formule pendant un mois et étudie toutes les commandes pour mieux connaître les souhaits de sa clientèle.

- Parmi les 600 commandes faites au cours de ce mois, 72 % comprenaient un plat de viande.
- 45 % des clients ont pris une pâtisserie et, parmi eux, 44 avaient choisi le plat de poisson.
- Parmi les 138 commandes comprenant un fruit comme dessert, 73 comprenaient le plat de poisson.

1. Recopier et compléter le tableau suivant qui récapitule les résultats de l'enquête.

	Pâtisserie	Laitage	Fruit	Total
Viande				
Poisson	44		73	
Total				600

On choisit une commande au hasard parmi celles faites pendant le mois de l'enquête.

On note:

- $A$  : l'évènement « La commande comprend du poisson »,
- $B$  : l'évènement « La commande comprend une pâtisserie ».

- Calculer la probabilité de l'évènement  $A$ .
- Calculer la probabilité de l'évènement  $B$ .
- Calculer la probabilité, arrondie à  $10^{-2}$ , que la commande comprenne à la fois du poisson et une pâtisserie.
- Calculer la probabilité, arrondie à  $10^{-2}$ , que la commande comprenne de la viande sachant qu'il comprend une pâtisserie.

### 3 Suites

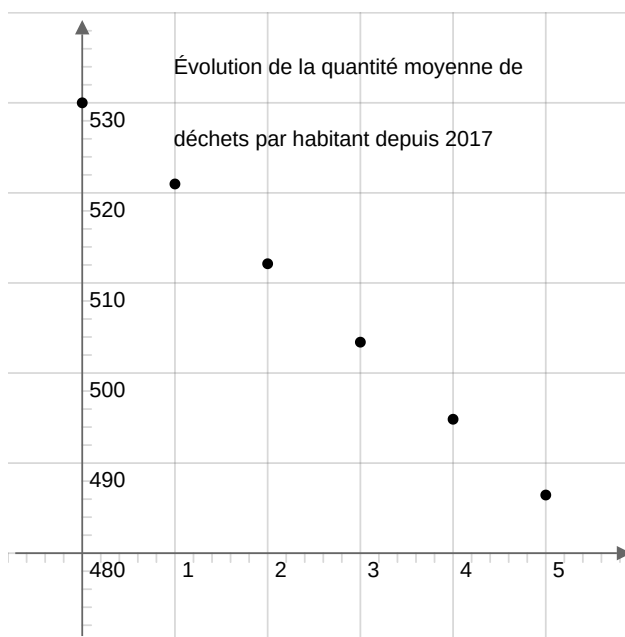
#### Exercice 4

« En 2017, les français ont en moyenne produit 513 kg de déchets ménagers par habitant. » Source site internet planetoscope .  
 En 2017, le maire d'une commune obtient 530 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant.  
 L'objectif du maire est de réduire la production de déchets de 1,7 % par an pendant 5 ans, en espérant atteindre la moyenne nationale de 2017.

On modélise la situation par la suite  $(d_n)$  où  $d_n$  représente pour tout entier naturel  $n$  la quantité en kg de déchets ménagers moyenne produite par habitant de cette ville durant l'année  $2017 + n$ .

- Justifier que  $d_0 = 530$  et que pour tout entier naturel  $n$  on a :  $d_{n+1} = 0,983d_n$ .
- Le tableur nous donne les premières valeurs de la suite et permet de les représenter graphiquement:

	$A$	$B$
1	$n$	$d_n$
2	0	530
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	



- Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir les valeurs de la suite  $(d_n)$  ?
- Quelle devrait être à ce rythme-là, la production en kilogramme de déchets ménagers par habitant dans cette ville en 2019 ?

La campagne de sensibilisation du maire a-t-il permis au maire d'atteindre son objectif ?

3. Le maire souhaite maintenant atteindre la moyenne européenne de 2017 qui était de 487 kg de déchets ménagers par habitant.

a. Compléter l'algorithme ci-dessous permettant d'obtenir l'année à partir de laquelle l'objectif du maire sera atteint.

```
1 n = 0
2 d = 530
3 while d >
4     n =
5     d =
6
7 print(n)
```

b. En quelle année l'objectif du maire est-il atteint ?

### Exercice 5

Un restaurateur a produit 2 500 kg de déchets non recyclables en 2017 et 2 350 kg en 2018.

- Déterminer le pourcentage de réduction de la masse de déchets non recyclables entre 2017 et 2018.
- À partir de 2018, le restaurateur prévoit, chaque année, de réduire de 5 % la masse de déchets non recyclables. Pour tout entier naturel  $n$ , on modélise la masse, exprimée en kg, de déchets non recyclables pour l'année  $2018 + n$  à l'aide d'une suite notée  $(D_n)$ .

Ainsi  $D_0 = 2\,350$ .

- Calculer  $D_1$  puis  $D_2$ .
  - On admet que la suite  $(D_n)$  est géométrique. Donner sa raison.
- On admet que, pour tout entier naturel  $n$  :  $D_n = 2\,350 \times 0,95^n$ .  
Déterminer la masse de déchets non recyclables en 2025. On donnera le résultat arrondi en kg.
  - Compléter l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution la variable  $D$  contienne le terme de rang 15 de la suite  $(D_n)$ .

```
1 D = 2350
2 for n in range(1,15):
3     D =
4
5 print(D)
```

### Exercice 6

Un responsable commercial du service de Vélos à Assistance électrique (VAE) dans une entreprise de fabrication de deux roues, doit proposer une estimation du nombre de vélos à produire pour les années à venir. En 2018 l'entreprise a réalisé 4 500 ventes de VAE. Le marché étant porteur et dynamique, ce responsable estime que le nombre de ventes progressera chaque année de 22 %.

On note  $v_n$  le nombre de VAE vendus par l'entreprise en  $2018 + n$ . On a donc  $v_0 = 500$ .

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
1	Rang de l'année $n$	0	1	2	3
2	Nombres de ventes $v_n$				

- Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$  pour tout entier naturel  $n$ .
- Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ? Préciser sa raison.
- Le responsable souhaite connaître le nombre d'années nécessaire pour que les ventes de VAE dépassent 20 000 unités. Pour cela il a préparé un script, en langage Python. Recopier sur votre copie et compléter ce script afin qu'il permette d'obtenir la réponse au problème.

```

1 def temps_attente():
2     v = 4500
3     n = 0
4     while
5         v = v*1.22
6     return
7 print(temps_attente())

```

5. Déterminer la valeur renvoyée par ce programme par la méthode de votre choix.

## 4 Fonctions

### Exercice 7

Dans le cadre d'un projet expérimental, des lycéens ont fabriqué une fusée de feu d'artifice qui est lancée à partir d'une plateforme située à 8 m de hauteur.

La hauteur de la fusée (en mètre) atteinte en fonction du temps  $t$  (en dixième de seconde) est modélisée par la fonction  $f$  définie par:

$$f(t) = -0,5t^2 + 10t + 8 \text{ pour } t \in [0; 20].$$

1. Calculer  $f(10)$ . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. L'explosion de la fusée ne peut être déclenchée qu'à une hauteur minimum de 40 mètres. Les lycéens cherchent le temps de vol à programmer avant l'explosion.

On note  $g$  la fonction définie sur  $[0; 20]$  par  $g(t) = -0,5t^2 + 10t - 32$ .

- a. Vérifier que  $g(t) = -0,5(t - 4)(t - 16)$ .
- b. Montrer que le problème revient à résoudre l'inéquation  $g(t) \geq 0$ .
- c. Résoudre l'inéquation et répondre au problème.

### Exercice 8

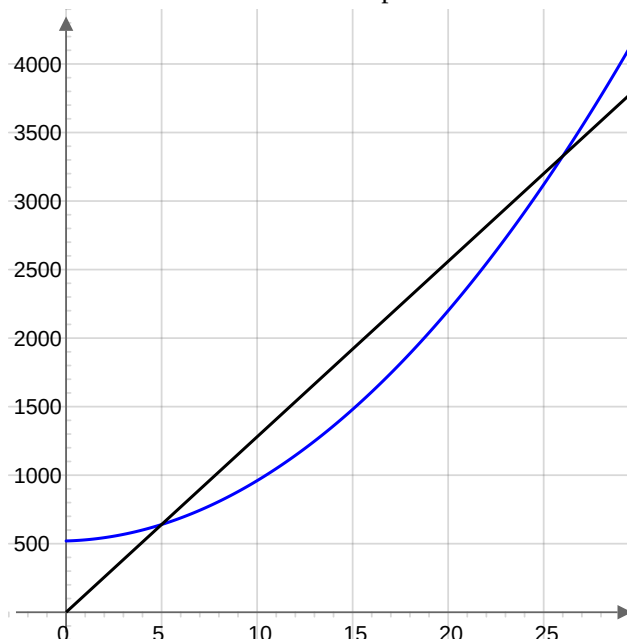
Une entreprise commercialise des chocolats. La production hebdomadaire maximale est de 30 000 chocolats. On suppose que la totalité de la production hebdomadaire est vendue chaque semaine.

Les charges de production, en euro, pour  $x$  milliers de chocolats vendus sont modélisées par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par  $C(x) = 4x^2 + 4x + 520$ .

L'entreprise fixe le prix de vente d'un chocolat à 0,128 euros.

Pour la vente de  $x$  milliers de chocolats le chiffre d'affaires, en euro, est donné par la fonction  $R$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par  $R(x) = 128x$ .

$\mathcal{C}_R$  et  $\mathcal{C}_C$  désignent les courbes représentatives de  $R$  et  $C$  dans le repère ci-dessous :



Le résultat réalisé pour  $x$  milliers de chocolats vendus est donné par la fonction  $B$ , définie pour tout nombre  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 30]$  par :  $B(x) = R(x) - C(x)$ . la réponse au problème.

1. Montrer que  $B(x) = -4x^2 + 124x - 520$ .

- Montrer que  $B(x) = -4(x - 5)(x - 26)$ .
- En déduire le tableau de signes de  $B(x)$  sur  $[0 ; 30]$ .
- À l'aide des questions précédentes déterminer les quantités de chocolats à produire permettant d'obtenir un résultat positif.
- Quelle est la quantité de chocolats à produire pour maximiser le résultat hebdomadaire ?  
On précisera la valeur de ce résultat maximal en euro.

### Exercice 9

Une entreprise fabrique des lampes solaires. Elle ne peut pas produire plus de 5 000 lampes par mois.

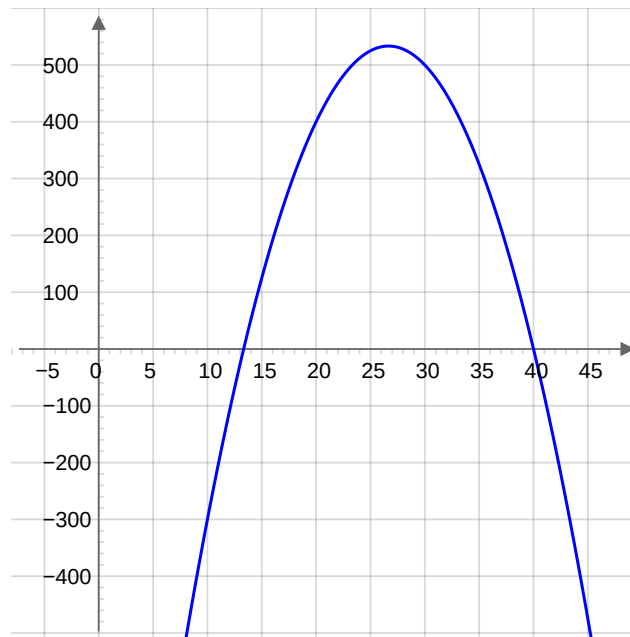
Le résultat qu'elle peut réaliser en un mois, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par une fonction  $b$  dont la représentation graphique est donnée ci-dessous. On rappelle que lorsque le résultat est positif, on l'appelle bénéfice. L'axe des abscisses indique le nombre de lampes produites et vendues exprimé en centaines.

En utilisant le graphique :

- Lire  $b(10)$  et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- Déterminer avec la précision que la lecture graphique permet, le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise et les quantités de lampes à fabriquer correspondantes.
- La fonction  $b$  définie sur l'intervalle est définie par l'expression suivante :

$$b(x) = -3x^2 + 160x - 1\,600.$$

- Montrer que  $b(x) = (x - 40)(-3x + 40)$ .
- Résoudre  $b(x) = 0$ .
- Donner la valeur exacte du maximum de la fonction  $b$  et en quel nombre il est atteint.



## 5 Automatismes

### Exercice 10

- Augmenter une quantité de 12 % revient à la multiplier par :  
 1,2                       0,12                       1,12                       12
- Si l'on augmente la valeur 220 de 10 %, on obtient :  
 242                       240                       244,2                       244
- Le prix au kilogramme des tomates est passé de 1,20 € à 1,08 €. Cela représente une baisse de :  
 12 %                       8 %                       10 %                       20 %
- L'équation  $x^2 = 144$  admet pour solution(s) dans  $\mathbb{R}$  :  
 -12                       12                       -12 et 12                       72

5. L'expression algébrique  $3x - 6$  est positive pour tout nombre réel  $x$  vérifiant:

$x \geq 2$

$x \leq 2$

$x \geq -2$

$x \leq -2$

6. L'inéquation  $x^2 \geq 9$  a pour ensemble-solution:

$]-\infty ; 3]$

$[-3 ; +\infty[$

$[-3 ; 3]$

$]-\infty ; -3] \cup [3 ; +\infty[$

7. On s'intéresse au tableau d'évolution des prix du carburant sur une période allant de janvier à août:

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Juin	Juillet	Août
Indice	100	103	107	110	104	99	103

Sur la période allant du mois de février au mois d'août, le prix du carburant a toujours:

Baissé

Augmenté

Stagné

Aucune des réponses précédentes

8. On considère le tableau de la question précédente.

Entre le mois d'avril et le mois de juillet, le prix du carburant a baissé de :

11 %

10 %

9 %

8 %

9. Une solution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation  $x^2 - 2x - 3 = 0$  est :

0

1

2

3

10. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (4x - 8)(7x + 7)$  admet pour tableau de signes:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

### Exercice 11

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $3x - 5 = 7$ .

2. Une veste coûte 80 €. On obtient une remise de 20 % sur son prix. Quel est le montant de la remise ?

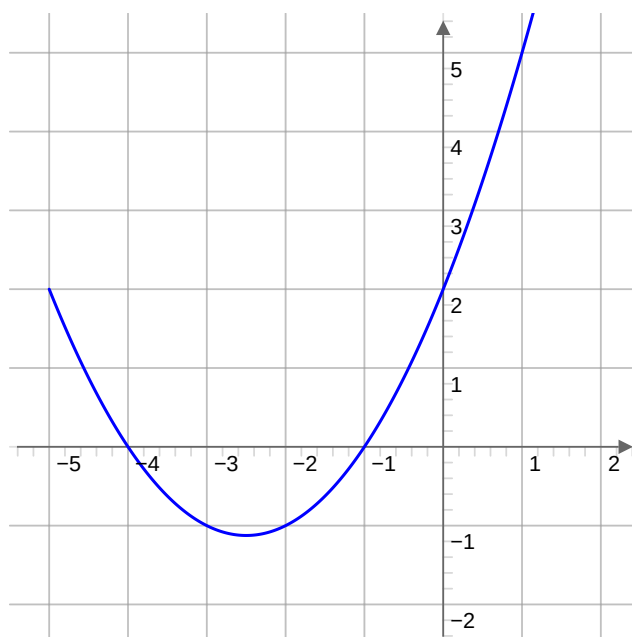
3. Le chiffre d'affaires d'une entreprise pour l'année 2019 est de 10 000 €. Le chef d'entreprise prévoit une diminution de 5 % de ce chiffre d'affaires en 2020. Calculer le chiffre d'affaires prévisible pour 2020.

4. Développer et réduire l'expression  $(x - 3)^2$ .

5. Quel est le signe de la fonction affine  $f$  définie par  $f(x) = -2x + 8$  lorsque  $x > 4$  ?

6. Exprimer sous la forme d'une puissance de 2 :  $\frac{2^{10}}{2 \times 2^3}$ .

7. Déterminer la valeur de l'entier positif  $n$  tel que:  $10^n < 2\,019 < 10^{n+1}$ .
8. Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 3x^2 + 1$ . Calculer l'image de 2 par  $f$ .
9. Peut-on dire que la droite d'équation  $y = 3x - 1$  passe par le point de coordonnées  $(2; 1)$  ?
10. On considère la fonction  $f$  représentée par la courbe ci-dessous:



Avec la précision permise par le graphique, lire l'image de  $-1$  par  $f$ .

### Exercice 12

1. Donner le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 25 %.
2. Donner le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 11 %.
3. Une calculatrice qui coûte 79 € bénéficie d'une remise de 20 % ; quel est son prix final ?
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $3x - 8 = 5x + 10$ .
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 = 144$ .
6. Un jean coûte 110 euros, il est d'abord soldé à 30 % puis il est de nouveau soldé à 20 %. Quel est le prix final ?
7. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $5t - 6 > 2t + 6$ .
8. Après une augmentation de 20 %, un objet coûte 72 euros. Quel est son prix initial ?
9. À l'aide de la capture d'écran ci-dessous, déterminer le signe sur  $\mathbb{R}$  de l'expression  $-2,25 - 45,5x$ .

Résoudre  $(-2.25 - 45.5 * x = 0)$

$$\rightarrow \left\{ x = -\frac{-9}{182} \right\}$$

10. Donner le tableau de signe sur  $\mathbb{R}$  de l'expression  $-7(x - 2)(-2x + 5)$ .