

Entrée en première générale

Spécialité mathématique

1 Préambule

Tu vas entrer en première en septembre prochain. Je te félicite pour ton passage ! Il est important que tu mesures que l'an prochain, au-delà de te préparer au bac, tu vas commencer à acquérir des connaissances et des méthodes de travail indispensables pour réussir dans **tes études supérieures**. Il est aussi important que tu fournisses des efforts réguliers pour que l'année de première soit un tremplin efficace pour préparer au mieux ta terminale et te constituer une bonne base pour ton dossier d'orientation post-bac. Aujourd'hui, pratiquement toutes les formations de l'enseignement supérieur sont sélectives via la plateforme Parcoursup et avoir ton bac ne te garantit pas d'avoir une place dans la formation de tes rêves. Un bon dossier de première avec des appréciations qui prendront en compte **tes progrès, ton sérieux et ta motivation** sera nécessairement un plus avant d'entrer en terminale.

L'objectif de ce livret de révisions est de guider pour préparer ta rentrée en mathématiques. Tu ne seras pas seul(e) et livré(e) à toi-même. Si tu as des difficultés pour réussir un exercice (cela arrivera et c'est normal !) alors tu pourras, à tout moment, nous poser des questions cet été via le tchat à l'adresse suivante

https://www.sarmate.xyz/Cours/Cahiers_de_vacances/2023/chat_1G/chat_vacances_1G.php

Le lien est disponible sur le site du lycée. Bien sûr, les enseignants qui te répondront seront comme toi en vacances, du coup on ne répondra pas toujours immédiatement en fonction de nos disponibilités mais on te répondra ! Dans l'attente de notre réponse, si tu n'as toujours pas d'idée pour avancer, il te suffira d'aborder un autre exercice.

À quel rythme dois-tu travailler avec ce fichier ?

Ce livret a été conçu comme un cahier de vacances. Tu es libre de le faire dans l'ordre que tu préfères et au rythme que tu veux. Il a été conçu pour que tu puisses travailler avec **un rythme moyen** d'un exercice tous les deux jours. Pour te motiver à chercher tous les exercices. Lors de la semaine de la rentrée le sujet du premier DST de mathématiques sera composé exclusivement d'exercices de cette liste. Donc, si tu sais tout bien faire, tu vas commencer l'année avec un 20/20. Pour t'aider, n'hésite pas à consulter ton cours de 2nde si tu peux. Il y a aussi d'excellentes ressources sur internet pour réviser. Voici deux liens utiles:

- <https://www.sarmate.xyz/>
- <https://www.maths-et-tiques.fr/>

Voilà, si tu lis cette ligne en ayant aussi lu tout ce qui précède alors tu as sûrement la qualité principale pour réussir: la motivation :).

Bonne préparation de la rentrée et bonnes vacances !

2 Calculs algébriques

Exercice 1

Écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$$a = \frac{1}{3} \times \frac{9}{5}$$

$$b = -\frac{8}{15} \times \frac{25}{62}$$

$$c = \frac{2}{3} + \frac{7}{4}$$

$$d = -\frac{3}{5} + 4$$

$$e = \frac{1}{\frac{3}{7}}$$

$$f = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3}}$$

Exercice 2

Développer réduire et ordonner les expressions suivantes.

$$f(x) = (x + 3)^2$$

$$g(t) = (2t - 1)^2$$

$$h(x) = (x + 5)(x - 5)$$

$$i(x) = (3x - \sqrt{7})(3x + \sqrt{7})$$

$$j(t) = \left(\frac{1}{5} - t\right)(6 - t)$$

$$k(x) = 3(2x - 6)(9x + 8)$$

$$\ell(x) = (6x + 4)(x^2 - 2x + 3)$$

$$m(x) = \frac{1}{3}x(3x - 5)^2$$

Exercice 3

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{2}$, avec $a \in \mathbb{Q}$.

$$x_1 = \sqrt{8}$$

$$x_2 = \sqrt{162}$$

$$x_3 = \sqrt{162} - \sqrt{50}$$

$$x_4 = 3\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Exercice 4

Soient a et b deux nombres réels.

1. Montrer que $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$.

2. Montrer que $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 + (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 2(a + b)$.

Exercice 5

Résoudre les équations et inéquations suivants :

a. $2x - 5 = 9 - 7x$

b. $4(8 - 3x) + 5 \geq 0$

c. $|x| = 5$

d. $|x| = -1$

e. $|x + 1| = 3$

f. $|3 - 2x| < 5$

g. $x^2 = 8$

h. $2x^2 - 3 \geq 1$

Exercice 6

La décomposition en facteurs premiers de 1 452 est $2^2 \times 3 \times 11^2$.

Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres ci-dessous :

$$n_1 = 30$$

$$n_2 = 108$$

$$n_3 = 997$$

$$n_4 = 1\,260$$

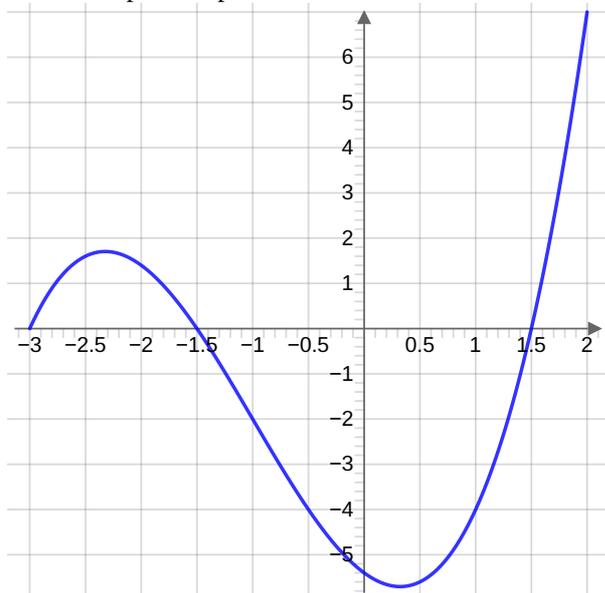
$$n_5 = 2\,058$$

$$n_6 = 1\,132$$

3 Étude de fonctions

Exercice 7

On considère une fonction f définie sur $[-3; 2]$ dont on donne la courbe représentative dans un repère du plan.

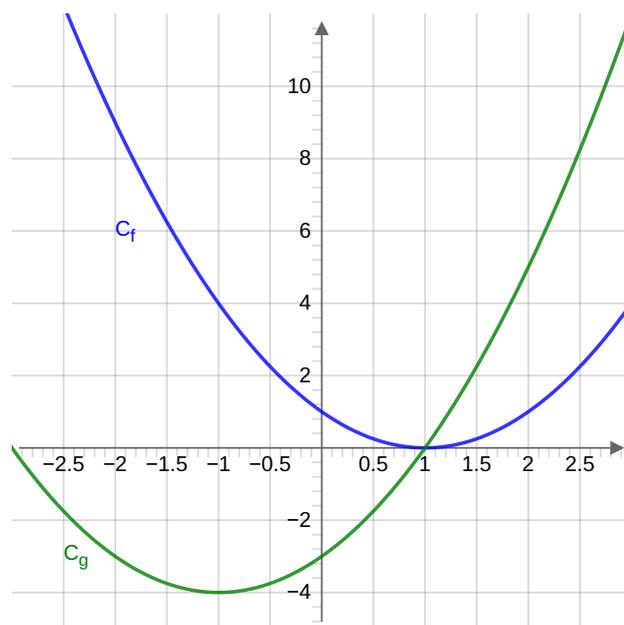


1. Quelle est l'image de $-1, 5$ par la fonction f ?
2. Quelle est l'image de 0 par la fonction f ?
3. Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?
4. Trouver les antécédents de 6.
5. Trouver les antécédents de 1.
6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
7. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$.
8. Donner le tableau de signes de la fonction f .
9. Donner le tableau de variations de la fonction f .
10. Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.
11. Quelles sont les valeurs maximales et minimales de cette fonction ?

Exercice 8

Partie A

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} . On donne leur représentation graphique dans le repère ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersections entre les deux courbes.
2. Déterminer graphiquement leur position relative.

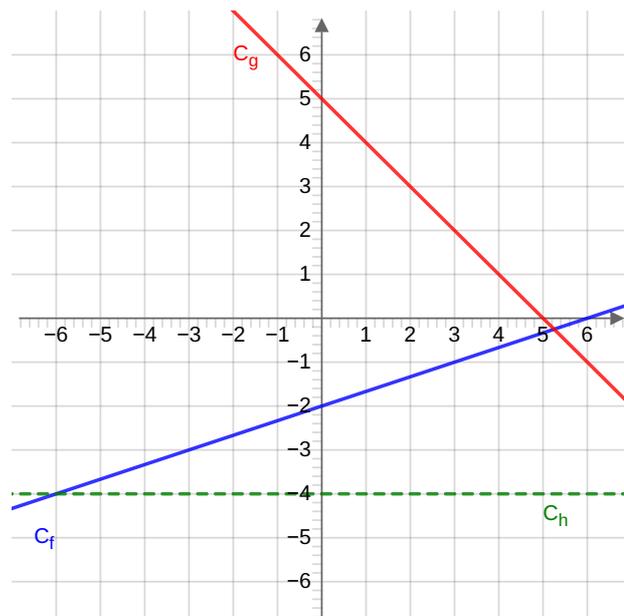
Partie B

Pour tout réel x nous avons $f(x) = x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = x^2 + 2x - 3$.

1. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersections entre C_f et C_g .
2. Déterminer par le calcul la position relative de C_f et C_g .

Exercice 9

Dans le repère ci-dessous ont été tracées les courbes représentatives C_f , C_g et C_h de fonctions affines f , g et h .



Déterminer les expressions algébriques (c'est-à-dire une expression de la forme $ax + b$) de chacune de ces fonctions.

Exercice 10

Soient f et g les deux fonctions affines définies pour tout réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ et $g(x) = -x + 3$.

1. Construire dans un repère du plan les droites représentant les fonctions f et g .
2. Déterminer graphiquement, puis par le calcul les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

Exercice 11

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = -x^2 - 6x - 5$.

1. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 4 - (x + 3)^2$.
2. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (-5 - x)(x + 1)$.
3. En choisissant l'écriture la plus adaptée pour f :
 - a. résoudre $f(x) = 0$,
 - b. résoudre $f(x) > 0$,
 - c. déterminer la valeur maximale de $f(x)$.

Exercice 12

1. Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	\dots	$+\infty$
$2x - 1$		0		
$-x + 3$				
$(2x - 1)(-x + 3)$				

2. Résoudre l'inéquation : $(-5 - 3x)(4x + 2) \geq 0$.

4 Probabilités

Exercice 13

Une enquête portant sur 5 000 clients d'une société spécialisée en informatique a montré que 80 % des clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur. De plus, 70 % des clients ayant bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat, alors que 20 % seulement des clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

1. Combien de clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur ?
2.
 - a. Montrer que 4 000 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur.
 - b. En déduire que 2 800 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur et ont effectué un achat.
3. On a commencé à remplir le tableau ci-dessous résumant la situation décrite et dans lequel figure une donnée dans la case grisée.
 - a. Décrire par une phrase ce que signifie le nombre "3 000" indiqué dans cette case grisée.
 - b. Compléter le tableau ci-dessous.

	Ont effectué un achat	N'ont pas effectué d'achat	Total
Ont bénéficié des conseils d'un vendeur			
N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur			
Total	3 000		5 000

4. On interroge au hasard un des clients sur lequel a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix. On considère les événements suivants :
 - A : "le client a bénéficié des conseils d'un vendeur";
 - B : "le client a effectué un achat".
 1. Déterminer la probabilité de l'événement A , puis celle de l'événement \bar{A} .

2. Décrire par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
3. Calculer les probabilités des événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
4. On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix. Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

Exercice 14

Une urne contient 25 boules : 11 blanches et 14 bleues.

Chacune de ces boules est soit marquée du numéro 1, soit marquée du numéro 3 indépendamment de sa couleur. On sait que 40 % des boules portent le numéro 1 et que 3 boules blanches portent le numéro 3.

On choisit une boule au hasard dans cette urne, on suppose que les tirages sont équiprobables, et on note :

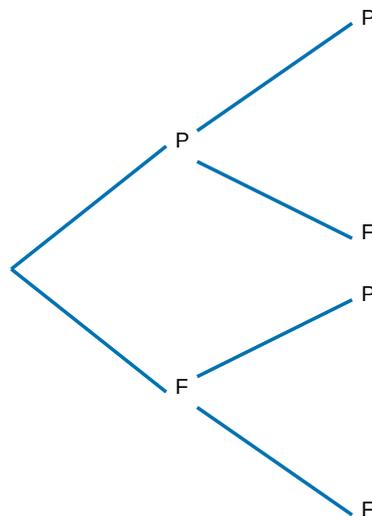
- W : "la boule tirée est blanche".
- U : "la boule tirée porte le numéro 1".

1. Quelle est la probabilité $P(W)$ qu'une boule soit blanche ?
2. Décrire par une phrase l'événement \bar{U} . Déterminer ensuite $P(\bar{U})$.
3. Décrire par une phrase l'événement $W \cap U$ et calculer ensuite $P(W \cap U)$.
4. Calculer à l'aide d'une formule du cours : $P(W \cup U)$.
5. Dans cette question, on tire une boule dans l'urne, on note son numéro, on la remet dans l'urne, on mélange les boules et on fait un nouveau tirage en notant le numéro de cette deuxième boule. On obtient alors un nombre à deux chiffres, dont le chiffre des dizaines est le numéro de la première boule tirée et le chiffre des unités celui de la deuxième.
 - a. Quels sont les nombres que l'on peut obtenir après ces deux tirages ?
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir 13 ?

Exercice 15

On possède une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

1. On lance souhaite lancer deux fois la pièce de monnaie. On représente l'ensemble des possibilités à l'aide de l'arbre suivant :

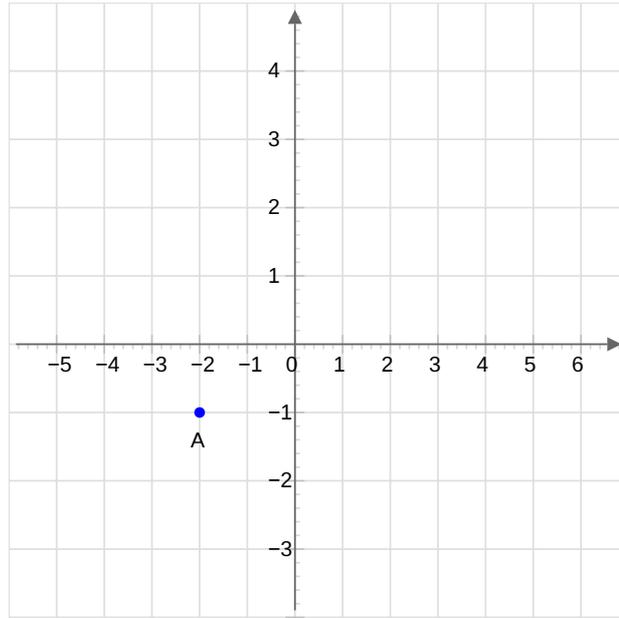


- a. Donner tous les résultats possibles que l'on peut obtenir. On pourra noter par exemple PF l'événement qui a donné "pile" au premier lancer et "face" au deuxième.
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir FF ?
 - c. Quelle est la probabilité d'obtenir deux résultats identiques lors des deux lancers ?
2. On lance cette fois-ci trois fois cette pièce de monnaie.
 - a. Construire, à la façon de la question précédente, un arbre illustrant la situation.
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir FFF ?
 - c. Quelle est la probabilité d'obtenir deux piles ?
 - d. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair de faces ?

Exercice 16

Dans un repère orthonormé du plan on considère les points $A(-2; -1)$, $B(0; 4)$, $C(5; 2)$ et $D(3; -3)$.

1. Compléter le graphique donné ci-dessous.
2. Déterminer les longueurs AB , BC et AC .
3. Quelle est la nature du triangle ABC . La réponse sera justifiée.
4. Déterminer les coordonnées du milieu de $[AC]$.
5. Déterminer les coordonnées du milieu de $[BD]$.
6. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?



Exercice 17

Soient $M(11; 16)$, $N(-3; 0)$, $R(-4; -5)$ et $S(3; 3)$ quatre points d'un repère du plan.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{RS} .
2. Les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{RS} sont-ils colinéaires ?
3. Que peut-on en déduire pour les droites (MN) et (RS) ?

Exercice 18

Soient $A(2; 0)$, $B(5; 1, 2)$ et $C(19; 5)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ?
2. Les points A , B et C sont-ils alignés ? On pourra utiliser les résultats de la question précédente.

Exercice 19

Dans un repère orthonormé du plan ci-dessous, on considère les points $A(-3; 4)$, $B(3; 0)$, $C(9; 3)$ et $D(3; 8)$.

1. Construire une figure en plaçant les points A , B , C et D .
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BC} .
3. Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles ?
4. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD}$.
5. Déterminer les longueurs AB et BE et en déduire la nature du quadrilatère $ABED$.

Exercice 20

Modifier la valeur initiale de la variable `a` pour que l'algorithme ci-dessous affiche le message "You win !" à la place de "You lose."

```

1 a = 0
2 b = 2*a -3
3 if b == 0:
4     print("You win !")
5 else:
6     print("You lose.")

```

Exercice 21

Modifier la valeur initiale de `n` pour que l'algorithme affiche 5050.

```

1 n = 8
2 s = 0
3 for i in range(0,n+1):
4     s = s + i
5
6 print(s)

```

Exercice 22

L'algorithme ci-dessous affiche tous les nombres pairs de 0 jusqu'à 20. Modifier le pour qu'il affiche tous les nombres pairs de 0 jusqu'à 100.

```

1 for k in range(0,11):
2     print(2*k)

```

Exercice 23

En s'inspirant de l'exercice précédent, écrire un algorithme qui affiche tous les entiers impairs de 1 jusqu'à 99.

```

1
2

```

Exercice 24

Compléter la ligne 4 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche la valeur de $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$, en n'écrivant qu'une seule fois l'instruction "*".

```

1 p = 1
2
3 for i in range(1,101):
4     p =
5
6 print(p)

```