

Généralités sur les fonctions

1 Définitions

Définition 1

Définir une fonction f sur un ensemble de réels D consiste à associer à chaque réel x appartenant à D un unique réel $f(x)$.



Remarque 1

- Dans la définition précédente, l'ensemble D s'appelle le **domaine** de la fonction f .
- Le nombre $f(x)$ est appelé **image** de x .
- Le nombre x est appelé **antécédent** de $f(x)$.

Exercice 1

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} , par $h(t) = t^2$.

1. Trouver l'image de 1, puis l'image de -3 .

Correction

Image de 1

Image de -3

2. Trouver le(s) antécédent(s) de 1.

Correction

On cherche t tel que :

Ainsi, les antécédents de 1 sont 1 et -1 .

3. Trouver le(s) antécédent(s) de -5 .

Correction

On cherche t tel que :

Or, d'après la règle des signes un carré est toujours positif. Il est donc impossible de trouver un réel t tel que son carré soit égale à -5 .
Ainsi le nombre -5 n'a pas d'antécédent.

Remarque 2

Un antécédent possède une unique image.
Un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

On retiendra que :

- chercher une image revient à appliquer la fonction.
- chercher si un nombre possède un antécédent revient à résoudre une équation.

2 Représentations

2.1 Notation algébrique

Voici quatre manières de définir algébriquement une fonction.

1. Soit f la fonction définie pour tout nombre réel par :

2. Soit f la fonction définie pour tout nombre réel par :

3.

4.

Ces quatre écritures veulent dire exactement la même chose, et nous pouvons toutes les rencontrer dans divers exercices.

2.2 Le tableau de valeurs

On sait définir de manière algébrique une fonction, mais cela ne fournit pas nécessairement beaucoup d'information, ne nous donne pas trop d'indication sur la fonction. Nous avons vu qu'une fonction transformait les nombres en d'autres nombres, ce serait donc bien de voir ces transformations, de regarder les images de certains nombres. Mais nous allons organiser tout ceci dans un tableau. On peut voir cela à l'aide d'un tableau de valeurs, comme ci-dessous.

Exemple 1

Considérons à nouveau la fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h : t \mapsto t^2$, et remplissons le tableau de valeurs suivants :

t	-4	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
$h(t)$										

Remarque 3

On peut voir que pour tout réel t ,

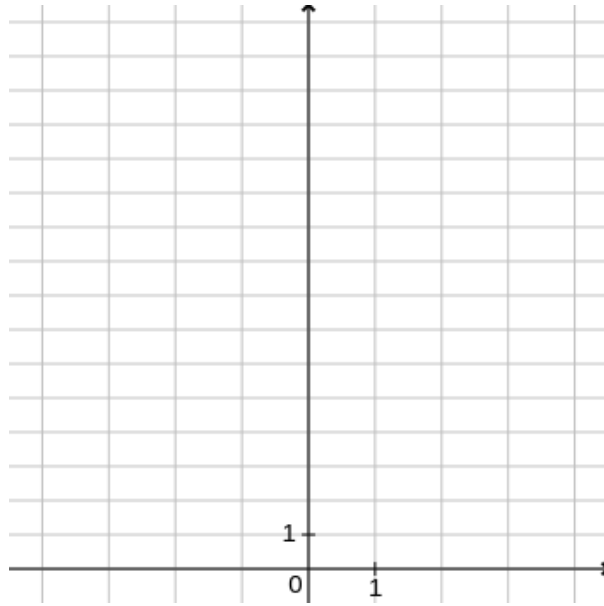
On dit que la fonction carré est

2.3 La représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction est une courbe qui va nous aider à mieux comprendre la fonction.

Exemple 2

Utilisons le tableau de valeurs précédent pour tracer la représentation graphique de la fonction h .

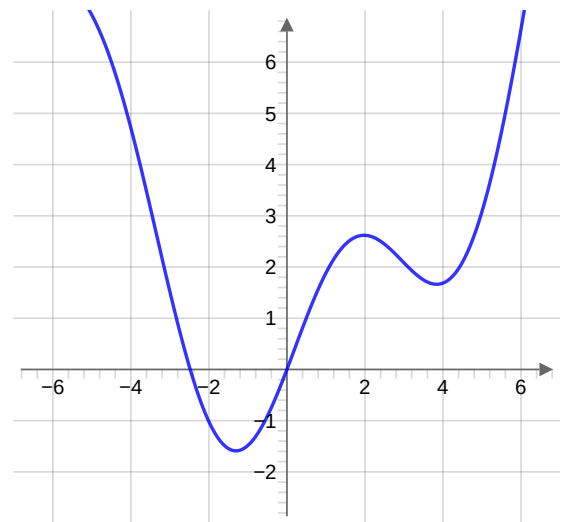


Définition 2

Soit f une fonction définie sur un ensemble D de \mathbb{R} .
Dans un repère du plan,
le graphe de la fonction f , est l'ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$ tels que $x \in D$.

On retiendra les relations :

$$\begin{aligned} x \in D &\Leftrightarrow (x, f(x)) \in \text{graphe de } f \\ (x, y) \in \text{graphe de } f &\Leftrightarrow y = f(x) \end{aligned}$$

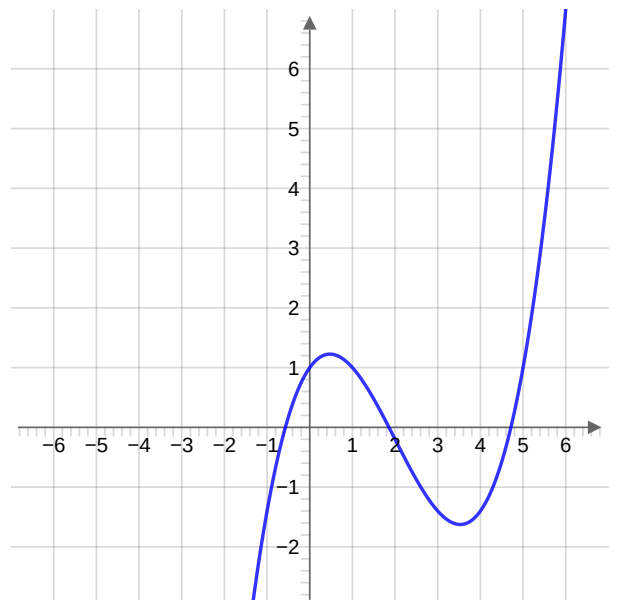


Exercice 2

Dans le graphique ci-contre est construite la courbe d'une fonction g .

Déterminer :

- l'image de 3 par g ;
- les éventuels antécédents de -1 par g .



Correction

Image de 3

On trace pour cela à partir du point $(3, 0)$ un segment de droite jusqu'à toucher l'axe des ordonnées et on lit $y = 3$. On construit alors à partir de ce dernier point un segment de droite jusqu'à l'axe des abscisses et on lit $x = 3$. On construit ainsi le point $(3, 3)$.

On a donc que l'image de 3 par g vaut 3.

Antécédents de -1

On trace la droite $y = -1$ dont tous les points sont sur la courbe représentative de la fonction g . On regarde alors les abscisses des points de cette droite avec la courbe représentative de la fonction g .

On a donc que les antécédents de -1 par g sont : 0 et 2 .

2.4 Quelle est la meilleure représentation ?

En effet, pourquoi représenter les fonctions de manières différentes ? Et parmi ces représentations laquelle est la meilleure ?

Réponse :

3 Tableau de variation

On se rend compte, par exemple sur le graphique de la fonction h que la fonction semble croître puis décroître. On peut résumer cela en un tableau de variation :