

# Probabilités

## 1 Vocabulaire et premières définitions

### Définition 1

Une expérience aléatoire est une expérience pour laquelle on peut décrire l'ensemble de tous les résultats possibles mais on ne peut pas prédire le résultat à l'avance avec certitude car le hasard intervient.

### Exemple 1

- On lance un dé cubique parfait.
- On lance quatre fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée.

### Définition 2

Dans une expérience aléatoire, l'ensemble des issues possibles est appelé l'univers et est généralement noté  $\Omega$ .

### Exemple 2

Pour un lancer de dé cubique on a :

### Définition 3

### Exercice 1

Dans l'exemple d'un lancer de dé, donner quelques événements.

### Correction

- 
- 

### Définition 4

On appelle cardinal de l'univers le nombre d'éléments que contient  $\Omega$ . On le note  $n(\Omega)$ .

### Exemple 3

Toujours dans un lancer de dé cubique on a

### Définition 5

Dans une expérience aléatoire, on appelle événement élémentaire un événement ne possédant qu'une seule issue.

### Exemple 4

Dans un lancer de dé cubique, l'événement "obtenir un 1" est un événement élémentaire, alors que "obtenir un nombre pair" n'en est pas un.

## 2 Loi de probabilité

### Définition 6

On dit que l'on définit une loi de probabilité sur l'univers  $\Omega$  lorsque l'on associe à chaque issue  $x_i$  un nombre réel  $p_i$  compris entre 0 et 1, noté la probabilité de l'issue  $x_i$ . La somme des probabilités de toutes les issues devant être égale à 1. Ainsi, on a :

$$\sum p_i = 1 \quad \text{et, pour tout } i,$$

### Exemple 5

Dans notre exemple nous pouvons résumer la loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$						

### Remarque 1

On dit que la loi est équiprobable si toutes les issues  $x_i$  ont la même probabilité et alors  $p_i =$

C'est le cas des deux exemples précédents.

### Définition 7

La probabilité d'un événement  $A$  notée  $P(A)$  est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

### Exemple 6

Dans l'expérience aléatoire du lancer de dé cubique, on pose  $A$  l'événement « obtenir un multiple de trois ».

On a alors :  $P(A) =$

### Propriété 1

Soit  $A$  un événement d'une expérience aléatoire. Si on peut dénombrer les issues de cette expérience, et que la loi de probabilité est équiprobable, alors nous avons la formule suivante :

### Exemple 7

Dans l'expérience aléatoire du lancer de dé cubique, on pose  $B$  l'événement « obtenir un résultat pair ».

### Propriété 2

Soit  $P$  une loi de probabilité sur un univers  $\Omega$ .

- Aucun événement ne réalise l'événement impossible  $\emptyset$  donc  $P(\emptyset) = 0$
- L'événement certain est réalisé par tous les événements élémentaires de  $\Omega$ , donc  $P(\Omega) = 1$
- Pour tout événement  $A$  de  $\Omega$ , on a :  $P(A) \geq 0$

## 3 Propriétés algébriques

### Définition 8

L'intersection de deux événements  $A$  et  $B$  notée  $A \cap B$  est l'événement constitué des issues qui sont favorables à  $A$  et  $B$ .

### Définition 9

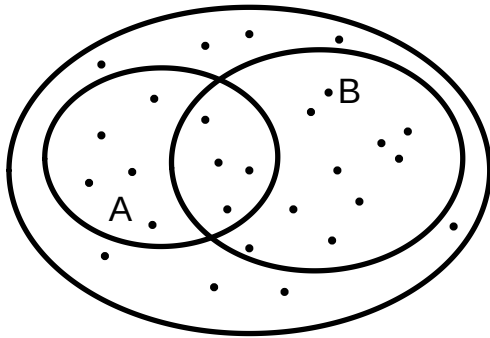
La réunion de deux événements  $A$  et  $B$  notée  $A \cup B$  est l'événement constitué des issues qui sont favorables à  $A$  ou  $B$  ou aux deux événements.

### Exemple 8

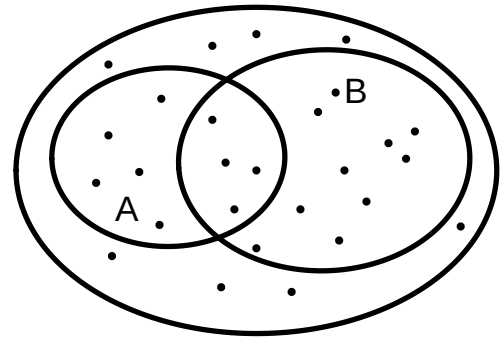
Dans nos exemples, si  $A$  est l'événement « obtenir un résultat multiple de trois » et  $B$  est l'événement « obtenir un résultat pair », alors  $A \cap B$  est l'événement « obtenir un multiple de trois un nombre pair » :  $A = \{3; 6\}$ ;  $B = \{2; 4; 6\}$ ;

$A \cap B =$

Puis,  $A \cup B =$



$A \cup B$



$A \cap B$

#### Définition 10

Deux événements  $A$  et  $B$  sont dits (ou), si

#### Remarque 2

Si deux événements  $A$  et  $B$  sont incompatibles (ou disjoints) alors :

**Propriété 3** -- Probabilité de la réunion

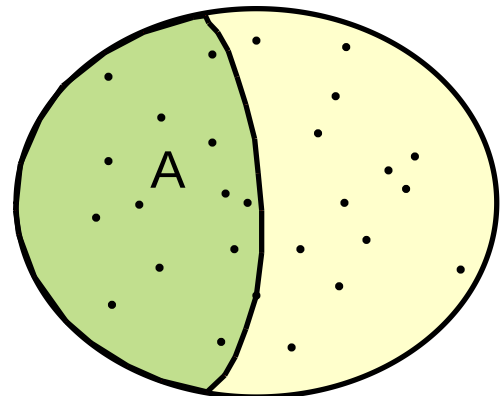
#### Remarque 3

Pour déterminer la probabilité de l'événements  $A \cup B$ , on compte le nombre d'éléments de  $A$ , on ajoute ceux que l'on compte dans  $B$  et on retire ceux que l'on a comptés à savoir ceux de

#### Définition 11

L'événement (ou) d'un événement  $A$  est l'événement constitué de

On le note



### Exercice 2

Toujours dans l'expérience du lancer d'un dé cubique, on considère  $C$  l'événement « obtenir au moins 2 ». Écrire une phrase définissant  $\overline{C}$ .

#### Correction

#### Propriété 4

Pour tout événement  $A$  d'un univers probabilisé  $\Omega$ , on a :

- 
- 
- 

#### Exercice 3

Une personne possède un dé équilibré à 12 faces en forme de dodécaèdre. Il propose un jeu d'argent : le joueur paye 2s euro pour participer, et le tableau des gains est le suivant :

Face	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gain	0€	0,20€	0€	0,50€	0€	0,10€	0€	10€	0€	0€	0,50€	1€

Quelle est la probabilité de perdre de l'argent en jouant à ce jeu ?

#### Correction