Vecteurs

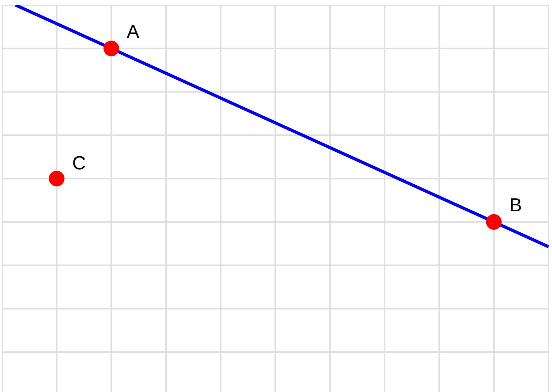
1 Notion de vecteur

Définition 1

Une est une transformation qui déplace les points le long d'une dans un et sur une donnés.
Si une translation est suivant une droite dans le sens de sur la distance on l'appelera translation qui transforme

Exemple 1

Dans la figure ci-dessous, la translation qui transforme A en B, transforme aussi C en D.



Propriété 1

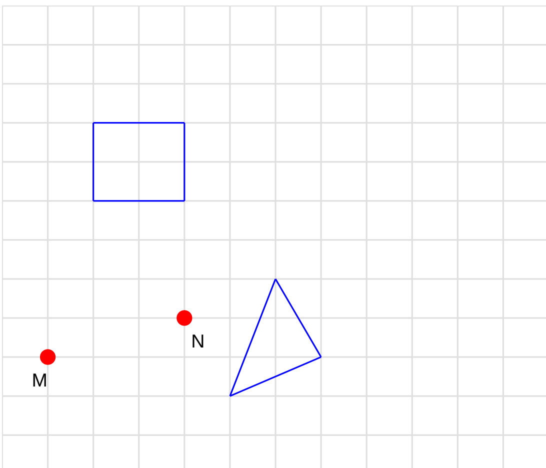
- L'image d'une droite par une translation est
- L'image d'un segment par une translation est
- L'image d'un secteur angulaire par une translation est

Propriété 2

Les translations sont des
Les translations conservent donc les et les

Exercice 1

Construire ci-dessous les images de chaque figure dans la translation qui transforme M en N.



Définition 2

Le vecteur est un objet mathématique défini par :

- de la droite (AB),
- sur cette droite,
-

Il représente l'objet qui transforme tout point en son image dans la translation de On le représente graphiquement à l'aide d'un segment suivi d'une flèche en B.

Remarque 1

On parlera alors de translation plutôt que de translation de A vers B.

Propriété 3

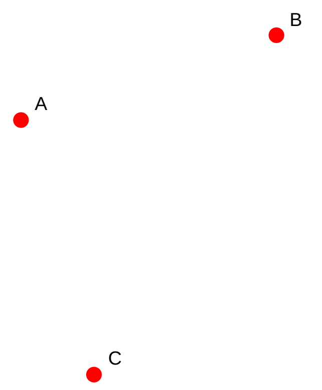
Soient A, B et C trois points distincts.

La translation de vecteur transforme le point C en un unique point D tel que le quadrilatère est un

Preuve
Les droites (AB) et (CD) sont car l'image d'une droite par une translation est une droite
De plus, les longueurs AB et CD sont car une translation est une
Ainsi, le quadrilatère $ABCD$ a C'est un

Remarque 2

Algorithme de construction
• Tracer le segment $[BC]$.
• Placer le point I milieu de $[BC]$.
• Placer le point D tel que I soit le milieu de $[AD]$.



Dans cette figure quelle est l'image du point A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$?
Réponse :
Le quadrilatère $ABDC$ est un

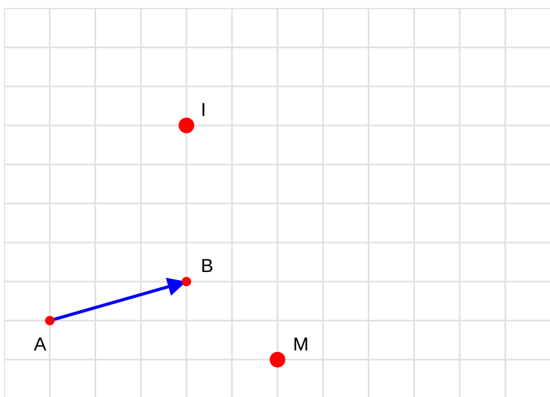
Définition 3

Dire que deux vecteurs et sont signifie que la translation qui transforme transforme aussi

On note alors :

Exercice 2

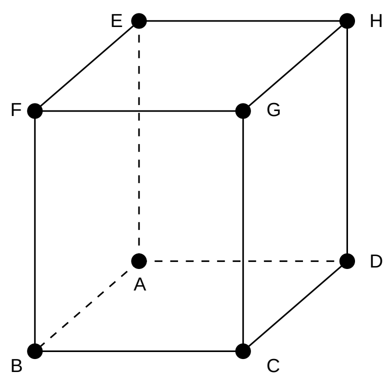
Dans la figure ci-dessous, construire les points J et N tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$



Exercice 3

Dans le cube ci-contre, donner des vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Correction
• $\overrightarrow{AB} =$
• $\overrightarrow{AE} =$
• $\overrightarrow{AC} =$



Propriété 4

Deux vecteurs et sont si, et seulement si le quadrilatère est un

Remarque 3

En d'autres termes, nous avons :

- Si alors est un parallélogramme.
- Si est un parallélogramme alors

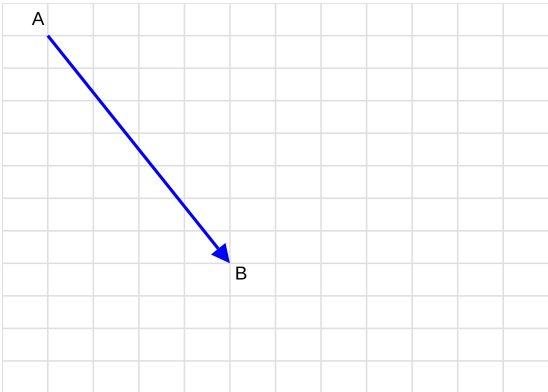
Définition 4

Le vecteur noté est associé à la translation qui transforme tout point en

Définition 5

Soient A et B deux points du plan. Le vecteur à $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur associé à la translation qui transforme

On le note et on a alors :



Définition 6

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan et A et B deux points tels que

La du vecteur $\vec{u}$, notée est égale à

Remarque 4

On a que $||\vec{0}||$

2 Somme de vecteurs

Exercice 4

Dans la figure ci-dessous, tracer le point M' image de M dans la translation de vecteur $\vec{u}$, puis tracer M'' image de M' dans la translation de vecteur $\vec{v}$.

Tracer ensuite le point M_1 image de M dans la translation de vecteur $\vec{v}$, puis tracer M_2 image de M_1 dans la translation de vecteur $\vec{u}$.

Définition 7

La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultat de des translations de vecteur et de vecteur

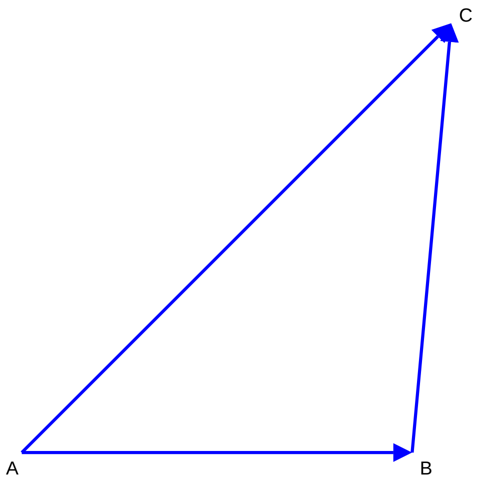
On note ce vecteur :

Propriété 5

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$:

-
-
-

Remarque 5



Pour construire le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$, on part de A, on effectue la translation de vecteur $\vec{u}$. On obtient B. Puis on effectue la translation de vecteur $\vec{v}$ pour obtenir C.

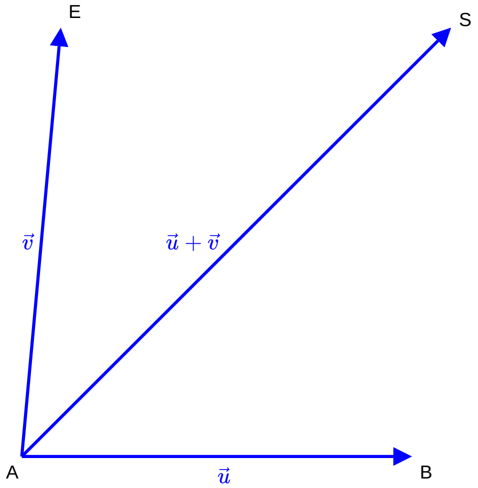
Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ est alors représenté par le vecteur $\overrightarrow{AC}$.

On a alors :

Propriété 6 *Relation de Chasles*

Soient A, B et C trois points. On a alors :

Remarque 6



Règle du parallélogramme

On place les origines des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en A.

La somme $\vec{u}+\vec{v}$ est représentée par le vecteur $\overrightarrow{AS}$ tel que le quadrilatère $ABSE$ soient un parallélogramme.
Pour cela, on peut tracer la diagonale $[EB]$, puis son mileu I, et construire S tel que I soit le milieu de $[AS]$.