Équations de droites

1 - Équations cartésienne d'une droite

Exercice 1

Soit E l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que $2x+y-4=0$.

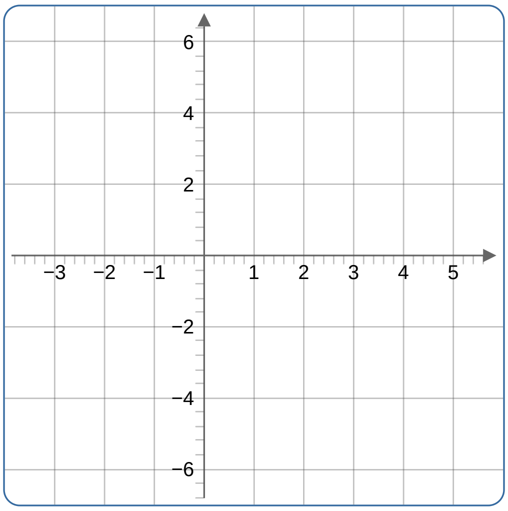
1. Trouver un exemple de point qui appartient à E.

   On remarque par exemple que le point a ses coordonnées qui vérifient

2. Pour les différentes valeurs de x du tableau suivant, déterminer la valeur de y pour que le point de coordonnées $(x;y)$ appartienne à E.

x	-1	0	1	3	5
y tel que $2x+y-4=0$					

3. Placer ses points dans le repère ci-dessous. Que remarque-t-on ?



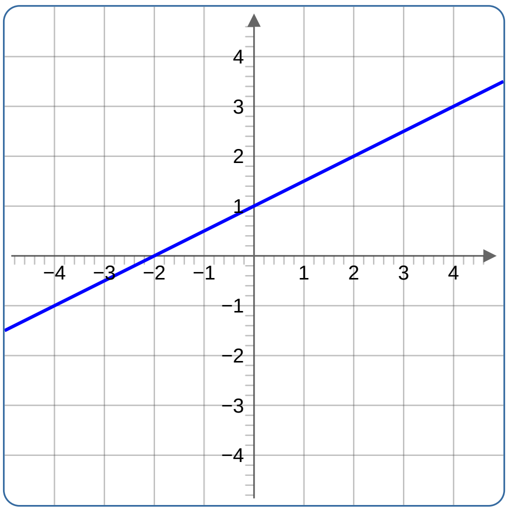
   On remarque que ces points sont Ils appartiennent à la droite représentant la fonction affine f, telle que pour tout x,

   Puisque $f(x)$ est une nous pouvons le remplacer par ce qui nous donne :

Définition 1
On appelle d'une droite d tout vecteur représenté par deux points de cette droite.

Exercice 2

Donner les coordonnées de deux vecteurs directeurs différents de la droite tracée dans le repère ci-dessous.



Choisissons plusieurs points sur la droite. Le vecteur est un vecteur de la droite, ainsi que le vecteur

Considérons, par ailleurs, un point $M(x;y)$ de cette droite. Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AM} =$

Nous avons de plus, que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont
Ainsi :

Cette dernière égalité est à rapprocher de l'équation du premier exercice.

Propriété 1
Dans un repère orthonormé, les coordonnées de l'ensemble des points $M(x;y)$ d'une vérifient une relation
où a, b et c sot des nombres réels.

Preuve
Soient $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ et $M(x;y)$ trois points d'une droite d.
On a $\overrightarrow{AB} =$ et $\overrightarrow{AM} =$

Puisque ces points sont nous avons que
C'est-à-dire :

avec

Définition 2
La relation s'appelle de la droite d.

Propriété 2
Soit d une droite d'équation Le vecteur est un vecteur de d.

Exemple 1

La droite d d'équation cartésienne de l'exercice 2 a pour vecteur direteur

2 - Équation réduite d'une droite

Exemple 2

En reprenant la droite d'équation cartésienne $x - 2y + 2 = 0$, nous avons que :

On retrouve ici une expression proche d'une avec pour

Propriété 3
Soit d une droite d'équation cartésienne
Il existe un unique nombre m et un unique nombre p tels que

Définition 3
L'écriture s'appelle de d.
Le nombre m s'appelle de d et p

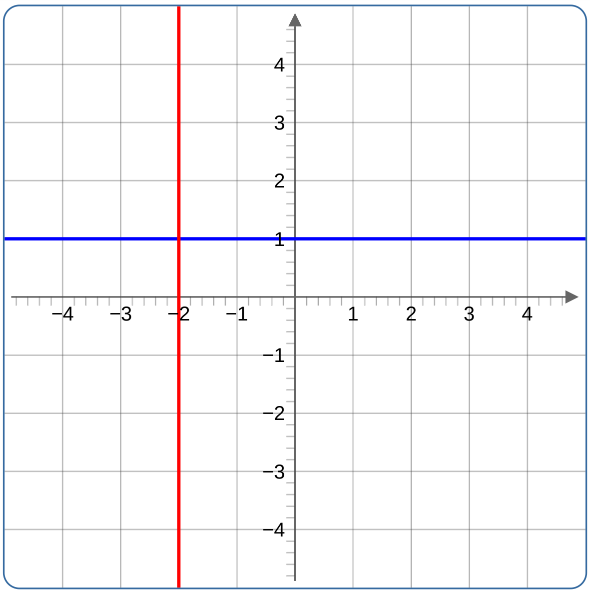
Propriété 4

- Toute droite à une équation de la forme avec $d \in \mathbb{R}$.
- Toute droite à une équation de la forme avec $d \in \mathbb{R}$.

Preuve

- Si d est horizontale alors le vecteur est un vecteur directeur.
  Ainsi son équation réduite est de la forme : avec c donné. C'est-à-dire :
- Si d est verticale alors le vecteur est un vecteur directeur.
  Ainsi son équation réduite est de la forme : avec c donné. C'est-à-dire :

Exemple 3



3 - Positions relatives de deux droites

Propriété 5
Soient d et d' deux droites d'équations cartésiennes respectives

- Les droites d et d' sont si et seulement si
- Les droites d et d' sont si et seulement si

Preuve
Les vecteurs et sont des vecteurs respectifs de d et d'.
On a :

Propriété 6
Soient d et d' deux droites d'équations cartésiennes respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$.
Les coordonnées $(x; y)$ du point de d et d' sont solutions

Propriété 7
Soient d et d' deux droites d'équations cartésiennes respectives $ax + by + c = 0$ et $ax + by + c' = 0$.
Les droites d et d' sont si et seulement si

Propriété 8
Deux droites sont si et seulement si elles ont