

2nde ~ DM

Une histoire d'aquarium

Une entreprise désire construire dans son hall d'entrée un aquarium ayant la forme d'un pavé droit de hauteur 5 dm(décimètres).

On s'interroge sur les deux autres dimensions de l'aquarium, qui exprimées en décimètres doivent vérifier :

$$x \in]0; 20[\text{ et } y \in]0; 20[.$$

Pour construire l'aquarium on a besoin de réglettes d'aluminium, correspondant à chacune des arêtes du pavé droit. Le prix de revient d'une réglette est de 0,80€ par dm.

Les quatre parois verticales et le fond de cet aquarium sont construits en verre.

Partie A ~ Étude d'un volume sous contrainte

1. Dessiner un schéma représentant l'aquarium (pas nécessairement à l'échelle), en annonçant les informations sur les dimensions que donne l'énoncé.
2. Combien doit-on acheter de réglettes d'aluminium au total ? Parmi toutes, combien sont de longueur x ? De longueur y ?
3. Combien doit-on payer pour les réglettes d'aluminium lorsque $x = 13 \text{ dm}$ et $y = 18 \text{ dm}$?
4. Même question pour $x = 150 \text{ cm}$ et $y = 30 \text{ cm}$.
5. L'entreprise décide de ne dépenser que 80€ pour l'achat de ces réglettes d'aluminium. Montrer alors que, sous cette contrainte : $x + y = 20$.
6. En déduire, toujours sous cette contrainte, l'expression de y en fonction de x .
7. Calculer le volume de l'aquarium en fonction de x et de y .
8. En considérant la contrainte précédente (ne dépenser que 80€ pour les réglettes d'aluminium), montrer que le volume V de l'aquarium est fonction de x et vérifie :

$$V(x) = 5x(20 - x).$$

9. Montrer, alors, que : $V(x) = 5(100 - (x - 10)^2)$.
10. En déduire la valeur maximale du volume de l'aquarium sous cette contrainte. Quelles sont alors les dimensions de l'aquarium ?

Partie B ~ Étude d'une superficie sous contrainte

1. Montrer que la superficie de verre S utile pour construire l'aquarium vérifie :

$$S(x; y) = xy + 10(x + y).$$

2. Sous les contraintes de la partie A, quelle est la superficie de verre à acheter ?