

2nde ~ DM n°10

On considère dans un repère du plan le point $A_1(0 ; 12, 4)$.

On note x_1 et y_1 ces coordonnées.

On définit de plus le point A_2 de coordonnées $(x_2 ; y_2)$ par :

$$\begin{aligned} x_2 &= 0,8x_1 - 0,6y_1 + 2,9, \\ y_2 &= 0,6x_1 + 0,8y_1 - 4,9. \end{aligned}$$

On procède de même pour les points A_3, A_4 etc. avec par exemple :

- $x_3 = 0,8x_2 - 0,6y_2 + 2,9$ et $y_3 = 0,6x_2 + 0,8y_2 - 4,9$,
- $x_4 = 0,8x_3 - 0,6y_3 + 2,9$ et $y_4 = 0,6x_3 + 0,8y_3 - 4,9$.

1. Donner les valeurs de x_1 et y_1 puis les coordonnées de A_2 .

2. On utilise dans cette question un tableau.

a. Dans une feuille de calculs, saisir dans la cellule **A1** la valeur de x_1 puis dans la cellule **B1** celle de y_1 .

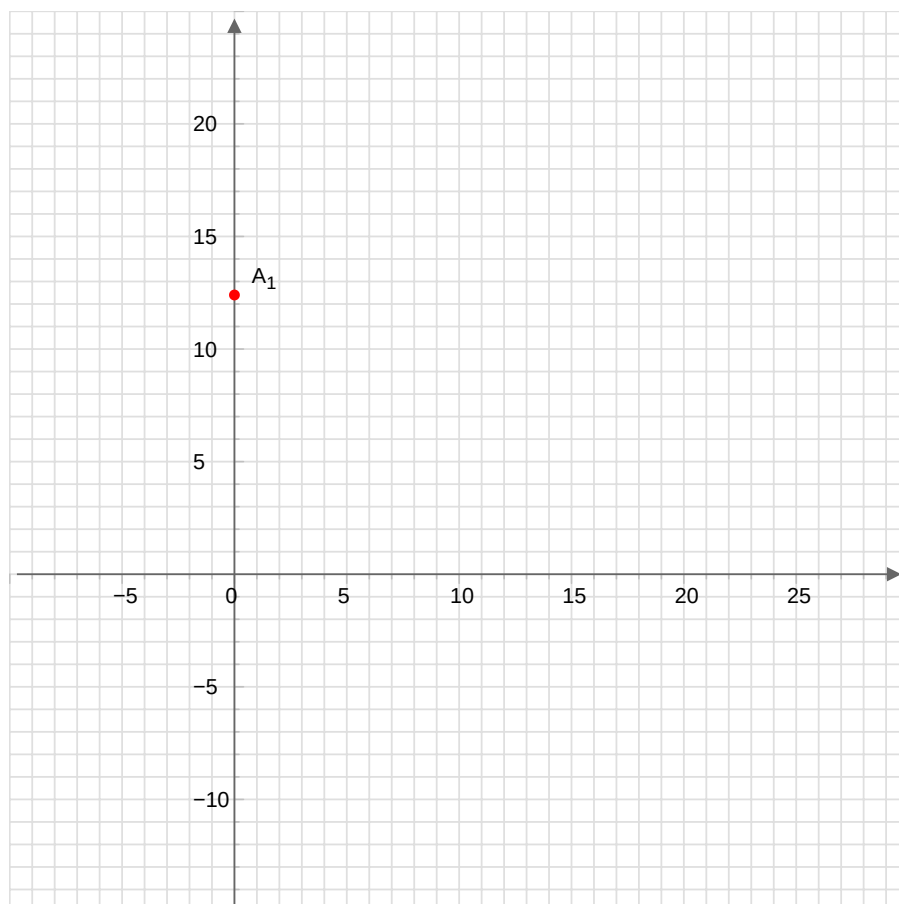
b. Saisir dans la cellule **A2** la formule : $= 0,8 * A1 - 0,6 * B1 + 2,9$ pour obtenir x_2 à partir de x_1 .

c. Quelle formule faut-il saisir dans la cellule **B2** pour obtenir y_2 à partir de y_1 .

d. En tirant les deux formules précédentes vers le bas, compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2} .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_n										
y_n										

e. Placer tous les points de A_2 jusqu'à A_{10} dans le repère ci-dessous.



- f. À quelle figure géométrique semble appartenir les points A_n ?
3. Dans le programme suivant, on trace tous les points de A_1 jusqu'à A_{100} . Puis à la ligne n°18 on définit un point C que l'on affiche à la ligne suivante. La ligne n°20 permet de construire un cercle de centre C et de rayon 5.

```

1 Xmin = -10
2 Xmax = 30
3 Ymin = -15
4 Ymax = 25
5 traceG()
6 traceX()
7 traceY()
8 x = 0
9 y = 12.4
10 for(i=0; i<100; i++){
11     mem = x
12     x = 0.8*x-0.6*y+2.9
13     y = 0.6*mem+0.8*y-4.9
14     point([x,y])
15 }
16
17 couleur = rouge
18 C = [2,6]
19 point(C)
20 cercle(C,5)

```

En procédant par tâtonnement sur le fichier html du site, déterminer les coordonnées du point C et le rayon du cercle pour que ce dernier passe au plus proche des points A_n . Donner les résultats trouvés.

4. Soit $C(8, 8 ; 12, 9)$ un point du repère.
- Calculer A_1C et A_2C et interpréter les résultats.
 - Soit n un entier naturel non nul. On suppose que le point $A_n(x_n ; y_n)$ appartient au cercle \mathcal{C} de centre C et de rayon 13,7.
Montrer alors que $x_n^2 + y_n^2 - 17,6x_n - 3,8y_n + 81,05 = 13,7^2$.
 - Toujours en supposant que $A_n(x_n ; y_n)$ appartient au cercle \mathcal{C} de centre C et de rayon 13,7, montrer que $A_{n+1}(x_{n+1} ; y_{n+1})$ appartient au même cercle.

On utilisera la question précédente ainsi que les relations :

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 0,8x_n - 0,6y_n + 2,9, \\y_{n+1} &= 0,6x_n + 0,8y_n - 4,9.\end{aligned}$$

- Expliquer en quoi la question précédente permet de montrer que tous les points A_n sont sur \mathcal{C} .