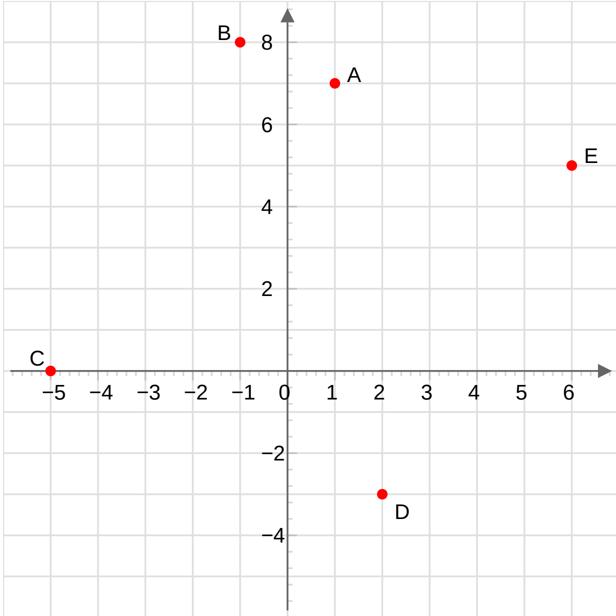
# Géométrie repérée

## Exercice 1

Dans le repère orthonormé ci-contre tous les points sont à coordonnées entières.

1. À l'aide d'un calcul, trouver la longueur des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$.
2. Le triangle $ABC$ est-il rectangle ?
3. Le triangle $ACE$ est-il rectangle ?
4. Calculer les coordonnées du point $K$ milieu de $[AD]$.
5. Démontrer que le quadrilatère $ACDE$ n'est pas un parallèlogramme. (Il existe plusieurs méthodes pour cela.)




## Exercice 2

1. Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du milieu $J$ de $[MN]$.

   - $M(-3\,;\sqrt{2})$; $N(2\,;-\sqrt{2})$
   - $M\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{3}{4}\right)$; $N\left(\dfrac{1}{3}\,;-5\right)$

2. Voici un programme Python incomplet permettant d'éxécuter une fonction qui à partir des coordonnées de deux points retourne ensuite les coordonnées du milieu du segment formé par ces deux points. Compléter le pour qu'il soit fonctionnel.

```python
from math import*

def milieu(A,B):
    xm = ( A[0]+B[0])/2
    ym = 
    return [xm, ym]

C = [-5,0]
D = [2,-3]

print( milieu(C,D) )
```

3. Tester votre programme sur les points de la question 1.
4. Existe-t-il des segments dont les extréminités et le milieu sont à coordonnées entières ?

## Exercice 3

Dans un repère du plan on considère les points $A(2\,;-1)$, $B(5\,;-3)$ et $C(-6\,;-7)$.

1. Calculer les coordonnées du point $M$ tel que $A$ soit le milieu du segment $[BM]$.
2. Calculer les coordonnées du point $N$, symétrique de $C$ par rapport à $A$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $MNBC$ ?

## Exercice 4

Placer dans un repère du plan les points suivants : $P(-2\,;4)$, $Q(-3\,;-1)$, $R(2\,;-2)$ et $S(3\,,3)$.

1. Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un paralèllogramme.

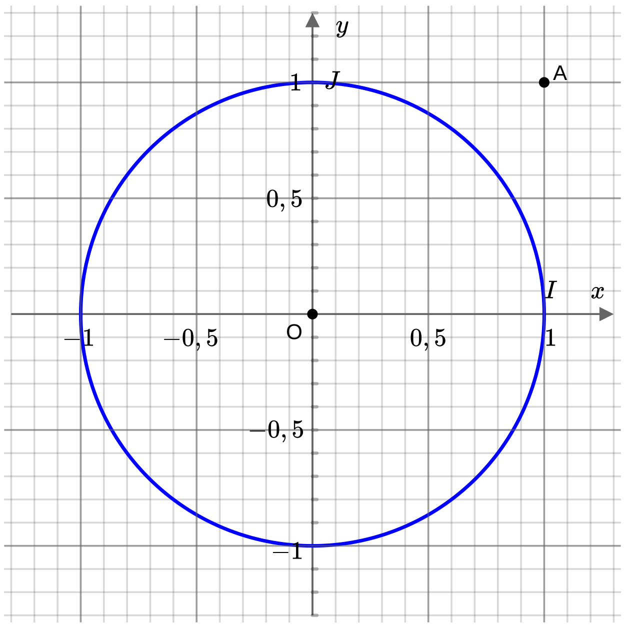
2. Modifier les valeurs dans une des lignes comprises entre les lignes 14 et 17 pour qu'après exécution l'algorithme ci-dessous affiche *True*

```
1  def para(A,B,C,D):
2      xm1 = (A[0]+C[0])/2
3      ym1 = (A[1]+C[1])/2
4  
5      xm2 = (B[0]+D[0])/2
6      ym2 = (B[1]+D[1])/2
7  
8      rep = False
9      if xm1 == xm2 and ym1 == ym2:
10         rep = True
11 
12     return rep
13 
14 E = [0,5]
15 F = [5,5]
16 G = [6,0]
17 H = [0,0]
18 
19 print( para(E,F,G,H) )
```

3. Tester ce programme sur le quadrilatère $PQRS$.
4. Le quadrilatère $PQRS$ est-il un rectangle ?

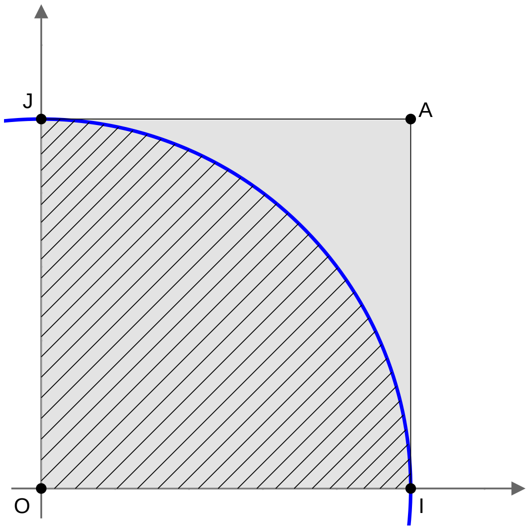
## Exercice 5

Dans le repère orthonormé $(O\,,I\,,J)$ ci-contre, on a tracé le cercle $\mathscr{C}$ de centre $O$ et rayon 1. On considère de plus le point $A(1\,;1)$ et on note $\Delta$ le quart de disque obtenu par intersection entre le disque de centre $O$ et de rayon 1 et le carré $OIAJ$.




1. Pour chacune des propositions suivantes dire si elles sont vraies ou fausses. Les réponses devront être justifiées.
   a. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{5}\,;\dfrac{4}{5}\right)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$.
   b. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{10}\,;\dfrac{9}{10}\right)$ appartient au cercle de centre $O$ et de rayon 1.
   c. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{10}\,;\dfrac{9}{10}\right)$ appartient au disque de centre $O$ et de rayon 1.
   d. Soient $x$ et $y$ deux nombres réels et $M(x\,;y)$ un point du repère. Si $M\in\mathscr{C}$ alors $x^2+y^2=1$.
   e. Soit $M(x\,;y)$, avec $x$ et $y$ des réels, un point situé dans le disque de centre $O$ et de rayon 1. On a alors que : $x^2+y^2\geq 1$.
   f. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{121}{120}\,;\dfrac{98}{99}\right)$ est à l'intérieur du carré $OIAJ$.
   g. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{11}{13}\,;\dfrac{7}{13}\right)$ est à l'intérieur du carré $OIAJ$ mais n'est pas dans $\Delta$.

2. On se place pour cette question dans le carré $OIAJ$ et on considère un point $M(x\ ,y)$, avec $x$ et $y$ des réels, choisi aléatoirement à l'intérieur.




a. Quelle est la probabilité $p$ que le point $M$ se situe dans $\Delta$ ?

b. L'instruction *random()* de la librairie *random* de Python retourne un nombre aléatoire compris entre $0$ et $1$.
Expliquer ce que fait l'algorithme suivant :

```
from random import*

c = 0

x = random()
y = random()

if x*x+y*y < 1:
    c = c+1


```

c. Écrire un algorithme Python simulant l'apparition de $1\,000$ points choisis aléatoirement dans le carré $OIAJ$ et qui retourne la fréquence de points appartenant à $\Delta$.

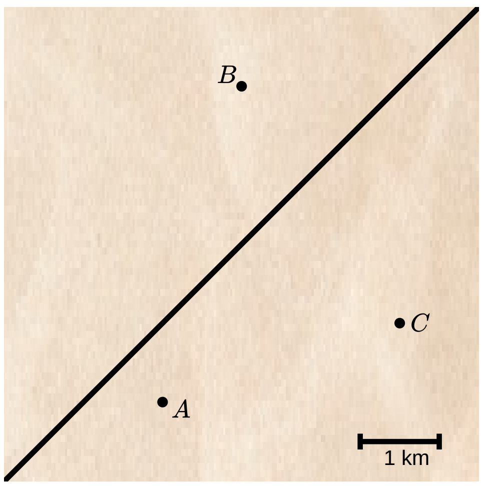
d. Utiliser cet algorithme pour obtenir une valeur approchée de $\pi$.
Quelle semble-t-être la précision de cette approximation ? Comment faire pour l'améliorer ?

## Exercice 6

Dans un repère orthonormé du plan on considère les points $A(-4\,;5)$ et $B(3\,;10)$.
Existe-t-il un point $M$ appartenant à l'axe des abscisses tel que $ABM$ soit isocèle ?

## Exercice 7

Dans la carte ci-dessous, une route rectiligne traverse une zone désertique dans laquelle se trouve trois puits, situés en $A$, $B$ et $C$.




Un conducteur automobile doit arrêter sa voiture au bord de la route et faire un aller-retours à pieds entre celle-ci et chacun des puits. On cherche l'endroit le plus adapté pour qu'il parcourt le moins de distance possible.

1. Choisir un point sur la route nationale, le marquer d'une croix, effectuer les mesures $MA$, $MB$ et $MC$, et donner la valeur de $MA + MB + MC$.
2. Construire un repère orthonormé sur cette carte qui suit les règles suivantes :
    - son origine est placée sur la route nationale,
    - l'axe des abscisses passe par le puits $A$ et est parallèle au bord inférieur de la carte.
3. Dans ce repère, à l'aide de votre règle trouver les coordonnées des points $A$, $B$, $C$ et $M$. On arrondira les mesures à l'entier le plus proche pour les points $A$, $B$ et $C$, et au dixième le plus proche pour $M$.
4. Calculer alors la valeur de $MA + MB + MC$.
5. Choisir maintenant plusieurs points sur la route nationale, et remplir le tableau suivant :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Abscisse du point sur la route nationale | | | | | | |
| Ordonnée du point sur la route nationale | | | | | | |

6. À partir de ce tableau, expliquer pourquoi on peut admettre que la droite représentant la route nationale dans le repère choisi, a pour équation $y = x$.
7. Soit $M(x, x)$ un point de la route nationale. Notons $d(x)$ la distance $MA + MB + MC$. Montrer que :

$$d(x) = \sqrt{2x^2 - 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 12x + 20} + \sqrt{2x^2 - 10x + 17}.$$

8. Compléter le tableau de valeur ci-dessous en arrondissant les résultats à $10^{-2}$ :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d(x)$ | | | | | | |

9. Le tableau précédent permet-il de répondre à notre problème ? Expliquer votre réponse.
10. À l'aide du tableur de votre calculatrice trouver les coordonnées du point $M$ minimisant $MA + MB + MC$. Placer enfin ce point sur la carte.