Étude de signes ∼ Inéquations

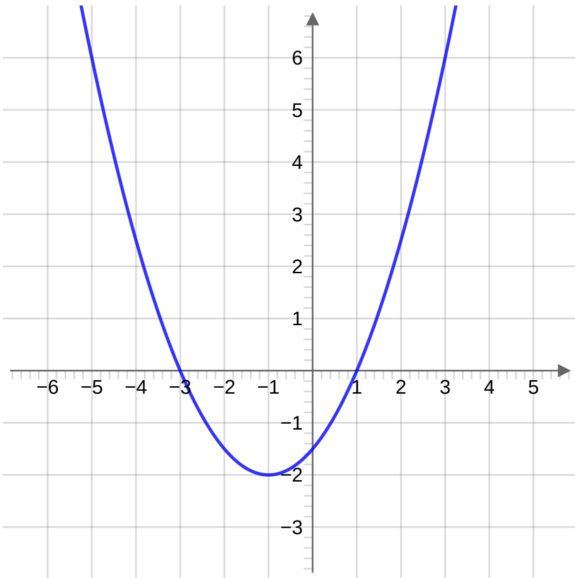
Exercice 1

Dresser les tableaux de signes sur $\mathbb{R}$ des fonctions affines ci-dessus.

1. $f(x) = 2x - 5$
2. $g(x) = -2x + 1$
3. $h(x) = \dfrac{2}{3}x + 7$
4. $i(x) = -x + \dfrac{1}{4}$

Exercice 2

On donne le graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans le repère ci-dessous.



1. Donner le tableau de signes de la fonction f.
2. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 3

Résoudre les inéquations suivantes.

a. $(x-1)(x+2) \leq 0$
b. $(2x+1)(-3x-4) < 0$
c. $(5-4x)(-1+x) \geq 0$
d. $(7x-3)(9-3x) > 0$
e. $\dfrac{2-3x}{8x-4} \geq 0$
f. $\dfrac{-x+6}{8-3x} \leq 0$
g. $(x+3)(2x+1) + (x+3)(4-5x) \leq 0$
h. $(2x-1)(9-2x) + (2x-1)(7x+4) > 0$
i. $(1-3x)(x+4) - 4(x+1)(1-3x) \geq 0$

Exercice 4

Voici le tableau de signes d'une expression $P(x)$.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

1. Quelle est la valeur de x pour laquelle :
   a. On ne peut pas calculer $P(x)$?
   b. $P(x)$ s'annule ?
2. Donner le signe de :
   a. $P(0)$
   b. $P(-100)$
   c. $P(2541,35)$

3. Recopier et compléter les pointillés par : $<, >, \leq$ ou $\geq$:
   a. Pour $x < -2, \quad P(x) \ldots 0$.
   b. Pour $-2 < x < 3, \quad P(x) \ldots 0$.
   c. Pour $x > 3, \quad P(x) \ldots 0$.
   d. Pour $x \leq -2, \quad P(x) \ldots 0$.
   e. Pour $-2 \leq x < 3, \quad P(x) \ldots 0$.

Exercice 5

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = (t-3)^2 - 4$.

1. Expliquer, sans faire de calculs, avec des arguments algébriques, pourquoi est-ce que la fonction f atteint son minimum pour $t = 3$ et que ce minimum est alors de -4 ?
2. Montrer que $f(t) = t^2 - 6t + 5$.
3. Montrer que $f(t) = (t-5)(t-1)$.
4. Trouver alors les antécédents de 0 par la fonction f.
5. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(t) > 0$.
6. Quels sont les nombres qui ont une image négative par la fonction f ?
7. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

t	-2	-1	0	1	2	$2,5$	3	$3,5$	4	5	6	7
$f(t)$												

8. Construire dans le repère donné en annexe, la courbe représentative de la fonction f que l'on notera $\mathcal{C}_f$.
9. À partir du graphique, construire le tableau de variations de la fonction f sur $[-1; 6]$.
10. Tracer dans ce repère la droite d'équation vertical dont tous les points sont d'abscisse 3. Que semble-t-elle représenter pour $\mathcal{C}_f$?
11. Construire dans ce repère la courbe de la fonction affine g définie par : $g(t) = \dfrac{2}{5}t - 2$.
12. Résoudre graphiquement l'équation : $f(t) = g(t)$.
13. En déduire les coordonées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$
    .