

Fonctions affines

1 Fonctions affines

Définition 1

Une fonction f définie sur \mathbb{R} est dite affine lorsqu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

Les nombres a et b sont respectivement appelés

Remarque 1

Dans le cas particulier où $a = 0$, la fonction est dite

Dans le cas où $b = 0$, la fonction est dite

Exemple 1

La fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = 3x - 11$ est une fonction affine. Son ordonnée à l'origine vaut -11 et son coefficient directeur est 3 .

On peut remplir le tableau de valeurs ci-dessous pour cette fonction :

x	-10	-1	0	$0,5$	$\frac{11}{3}$	111
$g(x) = 3x - 11$						

Propriété 1

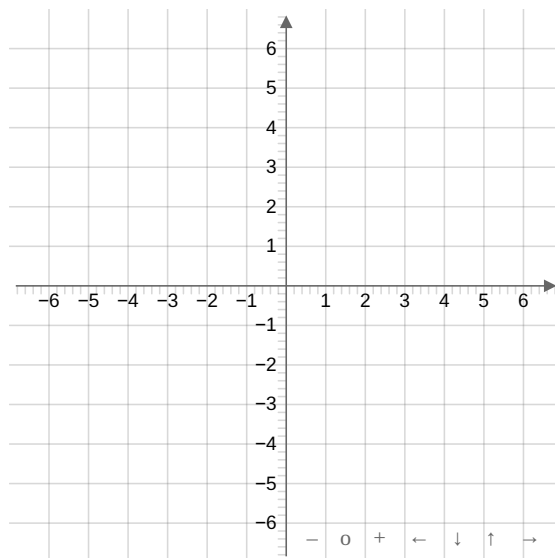
Dans un repère orthonormé du plan, la courbe représentative d'une fonction affine est

Exercice 1

Dans le repère ci-dessous, construire les courbes représentatives des deux fonctions affines f et g définies pour tout réel x par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

$$g(x) = -x + 1$$



Correction

Pour la fonction f :

On a $f(0) = -3$ et $f(6) = 0$. Donc la droite passe par le point $(0, -3)$ et $(6, 0)$.

De plus, $f(2) = -2$ et $f(4) = -1$. Donc la droite passe également par le point $(2, -2)$ et $(4, -1)$.

Pour la fonction g :

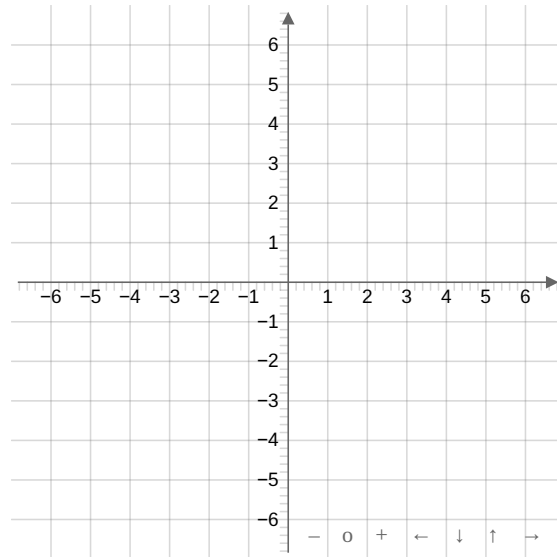
On a Donc la droite passe par le point

De plus, Donc la droite passe également par le point

Propriété 2

Deux fonctions affines ont des représentations graphiques si et seulement si elles ont

Illustration

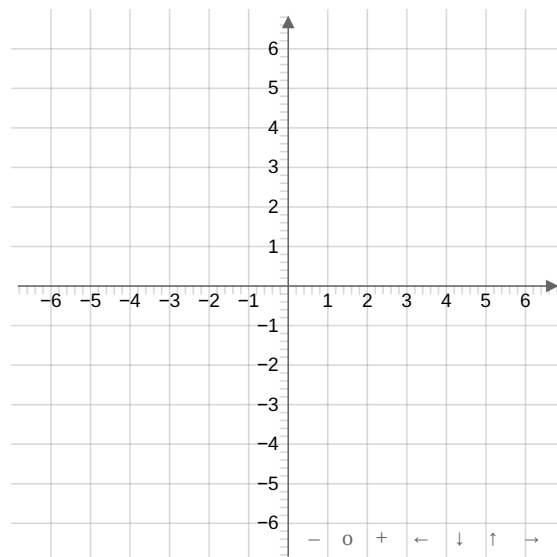


Propriété 3

Soit f une fonction affine dont le coefficient directeur est noté a .

- Si $a > 0$ alors f est croissante
- Si $a < 0$ alors f est décroissante

Illustration



Propriété 4

Soient a et b deux réels, et soit f la fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

Preuve
Résolvons l'équation

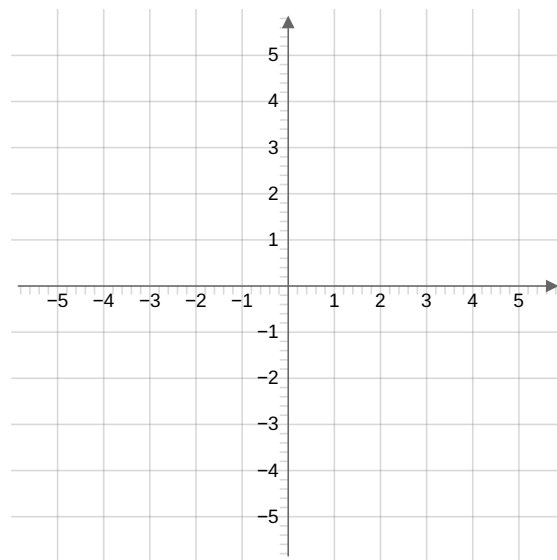
Propriété 5

Soient a et b deux réels, et soit f la fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

• Si _____ alors :

• Si _____ alors :

Illustration



Exercice 2

Soit h la fonction affine définie sur \mathbb{R} par $h(t) = 3t - 5$. Déterminer le tableau de signe de h sur \mathbb{R} .

Correction

Réolvons tout d'abord

Ainsi, puisque le coefficient directeur de g vaut _____ qui est un nombre _____ nous avons le tableau de signes suivant :

Propriété 6

Soit f une fonction affine dont on note a le coefficient directeur.
Pour tout nombre réel distincts x_1 et x_2 on a alors :

Remarque 2

On peut reformuler cette propriété en disant que le coefficient directeur est égale à la

On encore :

Exercice 3

Soit f la fonction affine dont la droite représentative passe par les points $A(-2; 3)$ et $B(4; -1)$.
Déterminer l'expression algébrique de f .

Correction

Notons a et b le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de f . On a alors :

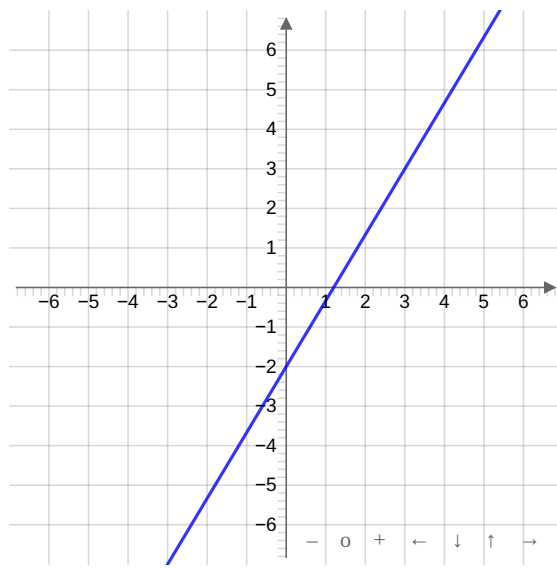
Nous avons ainsi que pour tout réel x ,

Pour déterminer b il nous suffit alors de remplacer x par les coordonnées respectives de

L'expression algébrique de f est donc, pour tout réel x ,

Exercice 4

Dans le repère ci-dessous a été tracée une droite représentant une fonction affine g .
Déterminer l'expression algébrique de g .



Correction

Nous voyons que la droite passe par le point de coordonnées $(-2, 0)$ ainsi l'ordonnée à l'origine vaut -2 .

La droite passe également par le point $(0, -2)$ le coefficient directeur vaut donc 1 .

L'expression algébrique de g est donc pour tout réel x :

2 Intersections de droites ~ Positions relatives

Propriété 7

Soient f et g deux fonctions affines.

Pour déterminer l'éventuel point d'intersection entre les deux droites représentatives de ces deux fonctions, on résout le système :

Si il existe une solution (x, y) le point d'intersection à alors pour coordonnées (x, y) .

Exercice 5

Soient f et g les deux fonctions affines définies pour tout réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$ et $g(x) = -2x - 3$.

Déterminer les coordonnées de l'éventuel point d'intersection entre les droites représentatives de ces deux fonctions.

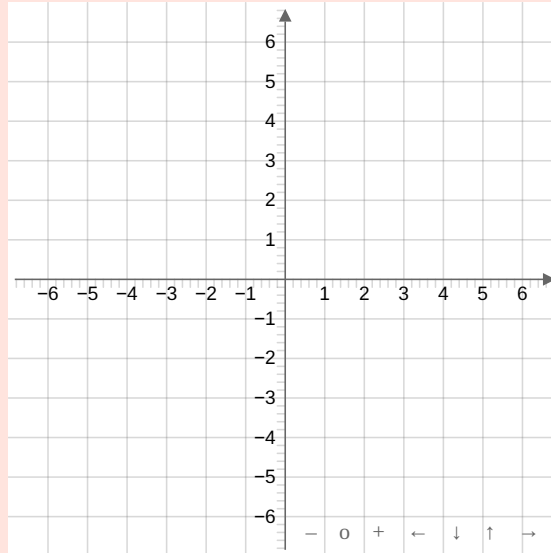
Correction

Résolvons pour cela l'équation

Il nous reste à calculer

Le point d'intersection cherché a donc pour coordonnées :

On peut vérifier ce résultat dans un graphique.



Propriété 8

Soient f et g deux fonctions affines.

Pour déterminer la

des deux droites représentatives de ces deux fonctions, on résout

Exercice 6

Soient f et g les deux fonctions affines définies pour tout réel x par $f(x) = x - 1$ et $g(x) = -2x + 1$.
Déterminer la position relative des droites représentatives de ces deux fonctions.

Correction

Résolvons tout d'abord l'inéquation

Ainsi, pour tout réel la droite représentant la fonction f est de celle représentant la fonction g .

Pour tout réel la droite représentant la fonction f est de celle représentant la fonction g .

En notant les droites représentant les fonctions f et g , on peut établir le tableau suivant :

On peut vérifier ce résultat dans un graphique.

