Étude de fonctions

1 Propriétés

1.1 Parité

Définition 1

Soit f une fonction définie sur un ensemble D de $\mathbb{R}$, tel que pour tout $x \in D$, on a

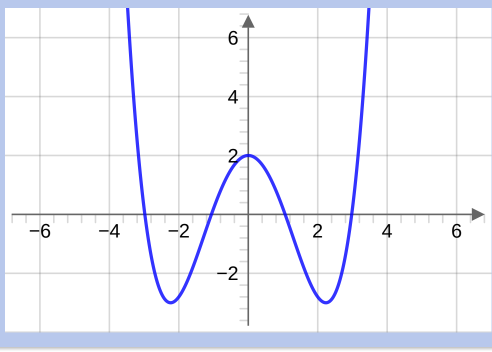
- la fonction f est dite si pour tout $x \in D$:
- la fonction f est dite si pour tout $x \in D$:

Exemple 1

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
  Nous avons alors que Cette fonction est donc
- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x$.
  Pour tout réel x, Cette fonction est

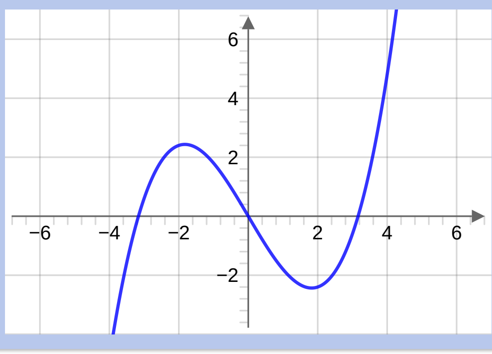
Propriété 1

Soit f une fonction définie sur un ensemble D de $\mathbb{R}$.
La courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan est



Propriété 2

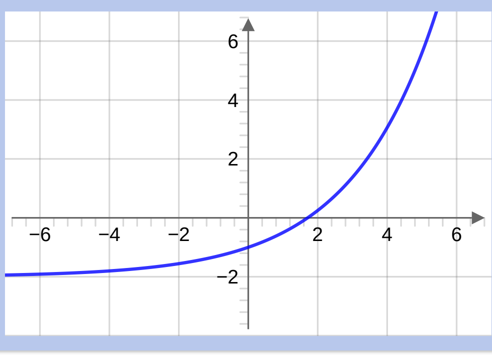
Soit f une fonction définie sur un ensemble D de $\mathbb{R}$. La courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan est



1.2 Sens de variation

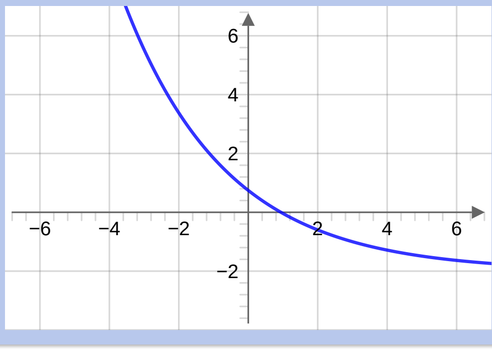
Définition 2

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
La fonction f est dite si pour tous réels a et b, tels que



Définition 3

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
La fonction f est dite
si pour tous réels a et b, tels que
on a



1.3 Intersection ~ Position relative

Propriété 3

Soient f et g deux fonctions définies sur un ensemble D de $\mathbb{R}$.
Pour déterminer les éventuels entre les courbes représentatives de ces deux fonctions, on résoud l'équation :

Si il existe une solution x_0, le point d'intersection à alors pour coordonnées

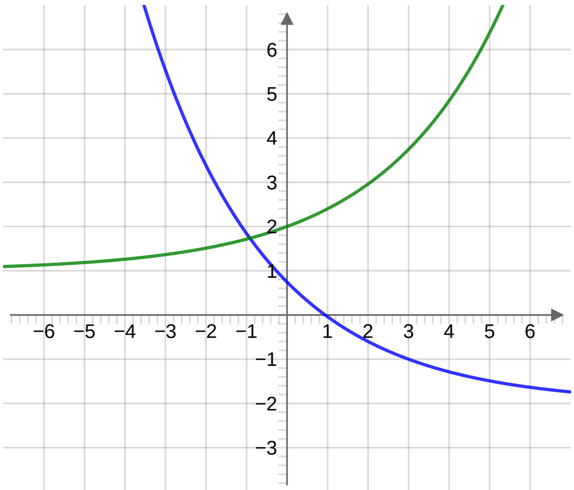
Remarque 1

Réciproquement, résoudre graphiquement l'équation $ revient à chercher l'abscisse des points entre les courbes des deux fonctions.

Propriété 4

Soient f et g deux fonctions définies sur un ensemble D de $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leur courbe représentative respective.
Pour déterminer la des courbes représentatives de ces deux fonctions, on résoud l'inéquation :

- Les solutions nous donnent les abscisses des points où $\mathcal{C}_g$ est de $\mathcal{C}_f$.
- Les nombres qui ne sont pas solutions nous donnent les abscisses des points où $\mathcal{C}_f$ est de $\mathcal{C}_g$.

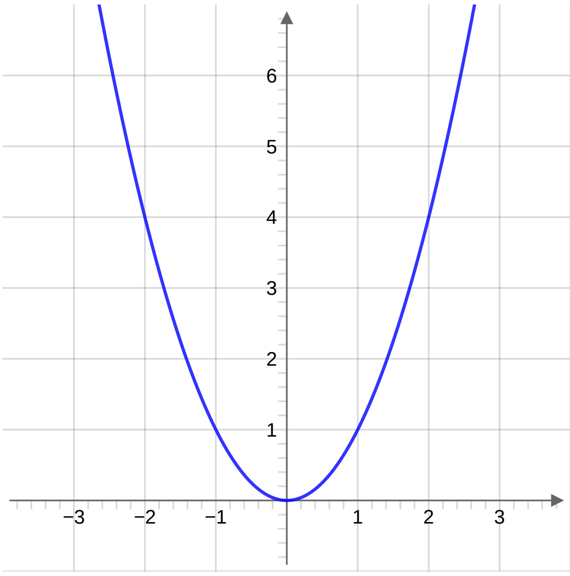


2 Fonctions de référence

2.1 La fonction carrée

Définition 4

La fonction carrée est la fonction qui, à tout réel x, associe le réel x, associe le réel



Remarque 2

La fonction carrée est une fonction Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est une dont l'axe de symétrie est

Propriété 5

- La fonction carrée est
- La fonction carrée est

Remarque 3

Son tableau de variation est donc :

Propriété 6

Soit a un nombre réel. L'équation $x^2 = a$:

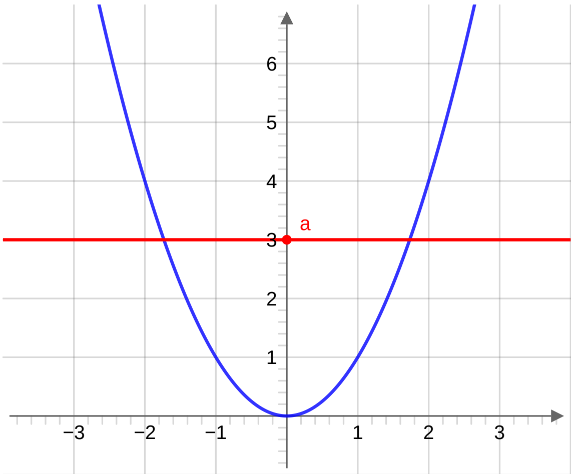
-
-
-

Preuve pour le cas $a > 0$:

Propriété 7

Soit $a \geq 0$.

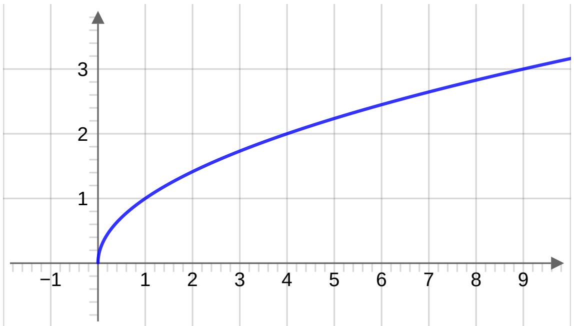
- Les solutions de l'inéquation :
- Les solutions de l'inéquation :



2.2 La fonction racine carrée

Définition 5

La fonction racine carrée est la fonction qui, à tout réel x positif, associe le réel



Remarque 4

La courbe représentative de la fonction racine carrée est une Elle s'obtient par symétrie de la de la fonction carrée sur $[0; +\infty[$ par rapport à la droite d'équation

Propriété 8

La fonction racine carrée est

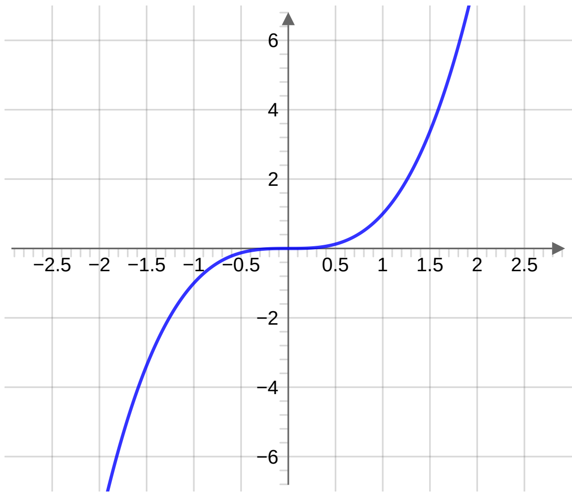
Remarque 5

Son tableau de variation est donc :

2.3 La fonction cube

Définition 6

La fonction cube est la fonction qui, à tout réel x, associe le réel



Propriété 9

La fonction cube est une fonction Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est donc

Preuve
En posant $f(x) = x^3$ on a, pour tout réel x,

Propriété 10

La fonction cube est

Remarque 6

Son tableau de variation est donc :

Propriété 11

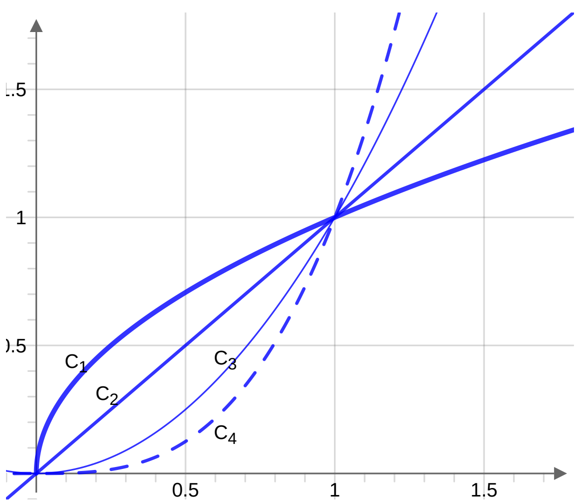
Pour tout réel a, l'équation $x^3 = a$ admet que l'on appelle

Exemple 2

L'équation $x^3 = 27$ admet

Exercice 1

Soit f, g, h et i les fonction définies pour tout réel x par : $f(x) = x$; $g(x) = x^2$; $h(x) = x^3$; $i(x) = \sqrt{x}$.
Associer à chacune de ces fonctions sa courbe dans le repère ci-dessous.



Correction

- La courbe C_1 représente la fonction
- La courbe C_2 représente la fonction
- La courbe C_3 représente la fonction
- La courbe C_4 représente la fonction

Propriété 12

- Pour tout $x \in [0;1]$:
- Pour tout $x \in [1;+\infty[$:

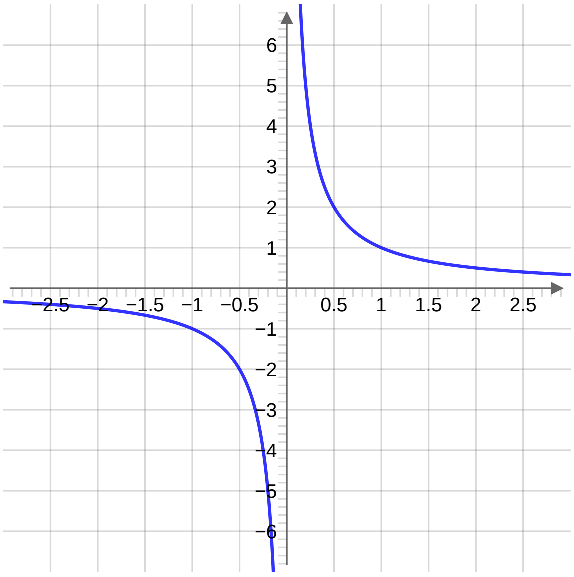
2.4 La fonction inverse

Définition 7

La fonction inverse est la fonction qui, à tout réel x non nul, associe le réel

Remarque 7

L'ensemble de définition de la fonction inverse est que l'on note également



Remarque 8

La courbe représentative de la fonction inverse est une Elle est composée de deux branches.

Propriété 13

La fonction inverse est une fonction Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est donc

Preuve

Pour tout $x \neq 0$, notons $f(x) = \dfrac{1}{x}$:

Propriété 14

La fonction inverse est

Remarque 9

Son tableau de variation est donc :

Propriété 15

Soit $a > 0$. Pour tout $x \in]0; +\infty[$:

- • si alors
- • si alors