

Étude de fonctions

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes.

a. $x^2 = 25$

b. $x^2 = -1$

c. $x^3 = -8$

d. $\frac{1}{x} = 0, 1$

e. $\sqrt{x} = 6$

f. $x^2 = 3$

g. $\frac{1}{x} = \frac{3}{8}$

h. $\sqrt{x} = -2$

i. $x^3 = -1$

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes.

a. $x^2 \leq 4$

b. $x^2 < 9$

c. $x^2 \leq -1$

d. $x^2 \geq 3$

e. $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$

f. $\frac{1}{x} \geq 3$

Exercice 3

Sans utiliser la calculatrice compléter les pointillés par $<$, $>$ ou $=$.

a. $3^2 \dots 4^2$

b. $(-2)^2 \dots (-2, 1)^2$

c. $\sqrt{13} \dots \sqrt{12, 8}$

d. $\sqrt{\frac{13}{7}} \dots \sqrt{\frac{11}{7}}$

e. $2\sqrt{10} \dots 7$

f. $\frac{7}{19} \dots \frac{5}{19}$

g. $\frac{1}{\pi} \dots \frac{1}{\pi - 1}$

h. $-\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{4}$

i. $3^3 \dots 5^3$

j. $(-141)^3 \dots (-143)^3$

Exercice 4

1. Soit x un nombre réel tel que $-2 \leq x \leq 3$. Montrer que : $0 \leq x^2 \leq 9$.

2. Soit t un nombre réel tel que $3 \leq t \leq 5$. Déterminer un encadrement le plus précis possible pour t .

3. Soit y un nombre réel tel que $-4 \leq y \leq 2$. Déterminer un encadrement le plus précis possible pour y .

Exercice 5

Pour tout réel x positif on définit les fonctions f , g , h et i par :

- $f(x) = x$,
- $g(x) = x^2$,
- $h(x) = x^3$.

On note \mathcal{C}_f , \mathcal{C}_g , et \mathcal{C}_h leur courbe représentative respective dans un repère du plan.

1. Montrer que pour tout $x \geq 0$, $h(x) - g(x) = x^2(x - 1)$.

2. Quel est le signe de x^2 ?

3. Si $x \in [0; 1]$, déterminer la position relative de \mathcal{C}_g et \mathcal{C}_h .

4. Même question pour $x \geq 1$.

5. Factoriser l'expression $g(x) - f(x)$ et en déduire la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x}$.

Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a \leq b$.

1. Montrer que $f(b) - f(a) = \frac{a-b}{ab}$.

2. En déduire le signe de $f(b) - f(a)$ et que $f(b) \leq f(a)$.

3. Que venons-nous de démontrer pour la fonction f sur $]0; +\infty[$?

Exercice 7

Dans chacun des cas étudier la parité de la fonction f définie sur I .

1. $f(x) = x^4, I = \mathbb{R}$.

2. $f(x) = x^4, I = [-2; 1]$.

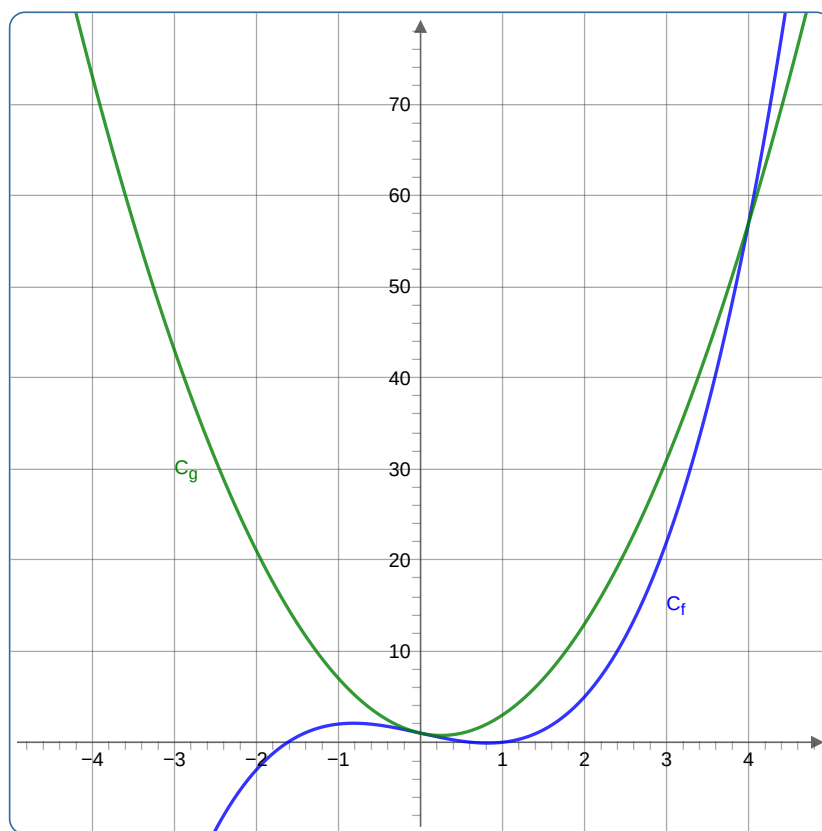
3. $f(x) = x^3 - 5x, [-10; 10]$.

4. $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}, I = \mathbb{R}$.

Exercice 8

Partie A

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} . On donne leur représentation graphique dans le repère ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersections entre les deux courbes.

2. Déterminer graphiquement leur position relative.

Partie B

Pour tout réel x nous avons que $f(x) = x^3 - 2x + 1$ et $g(x) = 4x^2 - 2x + 1$.

1. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersections entre \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

2. Déterminer par le calcul leur position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 3x + 4$. On considère de plus la fonction affine g constante égale à 4. Déterminer la position relative des courbes de ces deux fonctions dans un repère du plan :

1. Conjecturer la position relative des courbes de ces deux fonctions à l'aide de la calculatrice.

2. Démontrer cette conjecture par le calcul.