Fonctions affines

1 Fonctions affines

Définition 1

Une fonction f définie sur est dite lorsqu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout

Les nombres a et b sont respectivement appelés

Remarque 1

Dans le cas particulier où la fonction est dite

Dans le cas où la fonction est dite

Exemple 1

La fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = 3x - 11$ est une fonction Son ordonnée à l'origine vaut et son coefficient directeur

On peut remplir le tableau de valeurs ci-dessous pour cette fonction :

x	-10	-1	0	$0,5$	$\frac{11}{3}$	111
$g(x) = 3x - 11$						

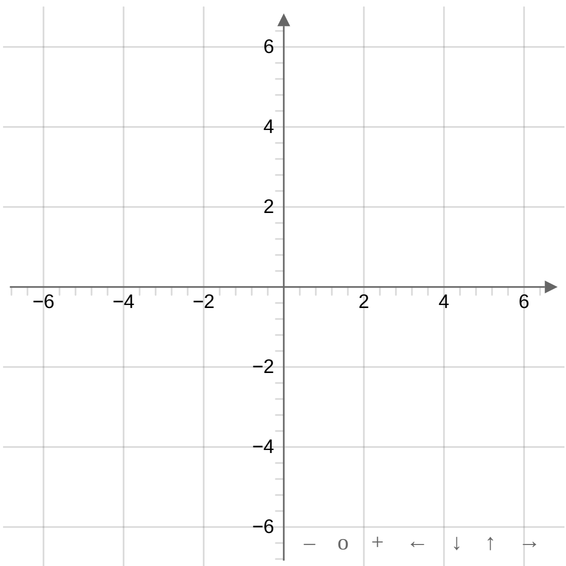
Propriété 1

Dans un repère orthonormé du plan, la courbe représentative d'une fonction affine est

Exercice 1

Dans le repère ci-dessous, construire les courbes représentatives des deux fonctions affines f et g définies pour tout réel x par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3 \qquad g(x) = -x + 1$$



Correction

Pour la fonction f :

On a Donc la droite passe par le point

De plus, Donc la droite passe également par le point

Pour la fonction g :

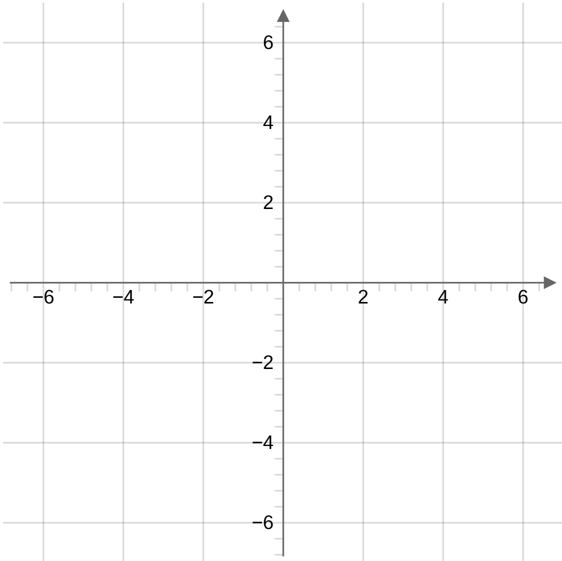
On a Donc la droite passe par le point

De plus, Donc la droite passe également par le point

Propriété 2

Deux fonctions affines ont des représentations graphiques si et seulement si elles ont

Illustration



Remarque 2

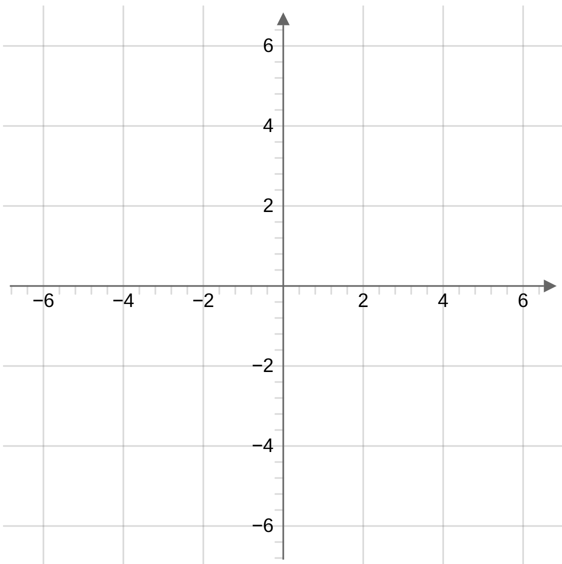
Cette propriété qui permet d'étudier le parallélisme entre deux droites sera complétée lors du chapitre sur les vecteurs

Propriété 3

Soit f une fonction affine dont le coefficient directeur est un nombre réel a.

- Si alors f est
- Si alors f est

Illustration



Propriété 4

Soient a et b deux réels, et soit f la fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

Preuve
Résolvons l'équation

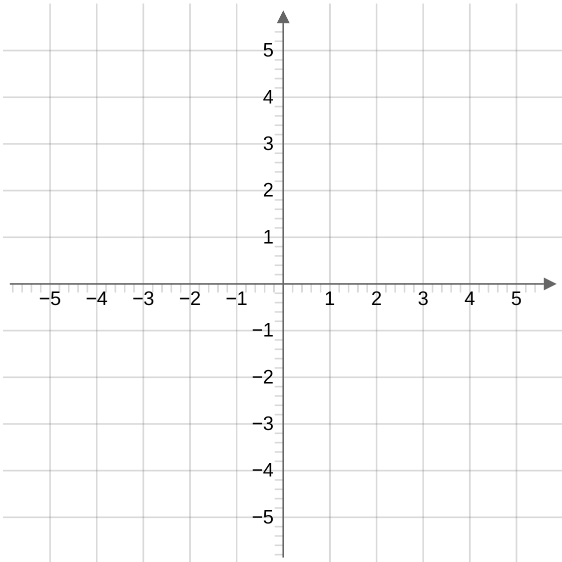
Propriété 5

Soient a et b deux réels, et soit f la fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

- Si alors :

- Si alors :

Illustration



Exercice 2

Soit h la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $h(t) = 3t - 5$. Déterminer le tableau de signe de h sur $\mathbb{R}$.

Correction

Résolvons tout d'abord

Ainsi, puisque le coefficient directeur de g vaut qui est un nombre nous avons le tableau de signes suivant :

Propriété 6

Soit f une fonction affine dont on note a le coefficient directeur.
Pour tout nombre réel distincts et on a alors :

Remarque 3

On peut reformuler cette propriété en disant que le coefficient directeur est égale à la par

On a encore :

Exercice 3

Soit f la fonction affine dont la droite représentative passe par les points $A(-2;3)$ et $B(4;-1)$.
Déterminer l'expression algébrique de f.

Correction

Notons a et b le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de f. On a alors :

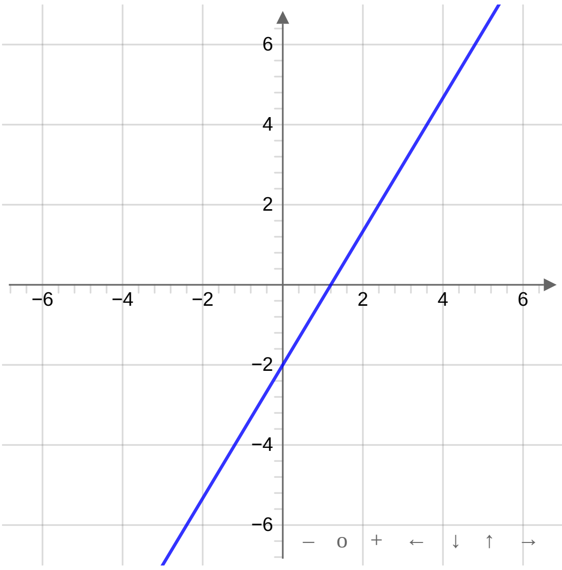
Nous avons ainsi que pour tout réel x,

Pour déterminer b, il nous suffit alors de remplacer par les coordonnées respectives de

L'expression algébrique de f est donc, pour tout réel x,

Exercice 4

Dans le repère ci-dessous a été tracée une droite représentant une fonction affine g.
Déterminer l'expression algébrique de g.



Correction

Nous voyons que la droite passe par le point de coordonnées ainsi l'ordonnée à l'origine vaut

La droite passe également par le point le coefficient directeur vaut donc :

L'expression algébrique de g est donc pour tout réel x :

2 Intersections de droites ~ Positions relatives

Propriété 7

Soient f et g deux fonctions affines.
Pour déterminer l'éventuel entre les deux droites représentatives de ces deux fonctions, on

S'il existe une solution le point d'intersection a alors pour coordonnées

Exercice 5

Soient f et g les deux fonctions affines définies pour tout réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$ et $g(x) = -2x - 3$.

Déterminer les coordonnées de l'éventuel point d'intersection entre les droites représentatives de ces deux fonctions.

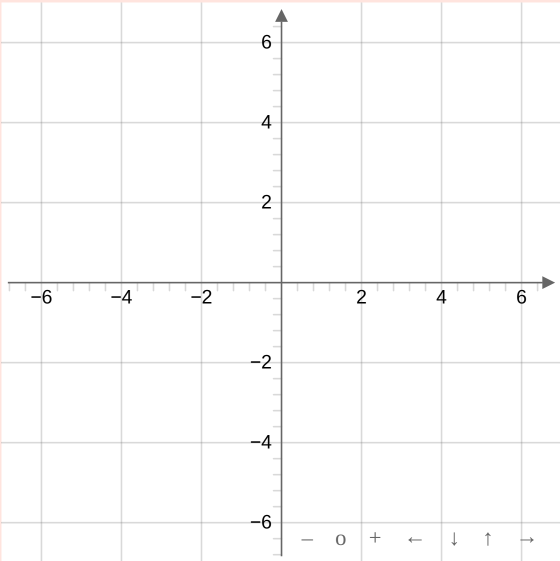
Correction

Résolvons pour cela l'équation

Il nous reste à calculer

Le point d'intersection cherché a donc pour coordonnées :

On peut vérifier ce résultat dans un graphique.



Propriété 8

Soient f et g deux fonctions affines.
Pour déterminer la des deux droites représentatives de ces deux fonctions, on résout

Exercice 6

Soient f et g les deux fonctions affines définies pour tout réel x par $f(x) = x - 1$ et $g(x) = -2x + 1$.
Déterminer la position relative des droites représentatives de ces deux fonctions.

Correction

Résolvons tout d'abord l'inéquation

Ainsi, pour tout réel la droite représentant la fonction f est de celle représentant la fonction g.

Pour tout réel la droite représentant la fonction f est de celle représentant la fonction g.

En notant les droites représentant les fonctions f et g, on peut établir le tableau suivant :

On peut vérifier ce résultat dans un graphique.