Statistiques (1)
Statistiques descriptives

1 Proportions

Définition 1

Le d'un ensemble E désigne le

Définition 2

Soit E un ensemble dont on note le
Soit A une partie de l'ensemble E dont on note le
La p de A dans E est le nombre défini par

Remarque 1

- La proportion peut s'appeler également
- Une proportion peut s'exprimer en pourcentage. Par exemple une proportion de $0,13$ correspond à Un pourcentage de $19,93$ % correspond à une proportion de

Exemple 1

Déterminer une proportion
Dans un groupe de 40 personnes, 12 sont mineures. Quelle est la proportion de personnes mineures dans ce groupe ?

Correction

$\text{proportion} =$

Exemple 2

Déterminer la partie
Dans une entreprise de 360 personnes les fumeurs représentent 15 % de l'effectif total. Combien dénombre-t-on de fumeurs dans cette entreprise ?

Correction

$\text{proportion} =$ donc $\text{Partie} =$

C'est-à-dire :

Exemple 3

Déterminer le tout
Dans un village on dénombre $1\,608$ électrices qui représentent 75 % du corps électoral. Déterminer le nombre total d'électeurs de ce village.

Correction

$\text{proportion} =$ donc $\text{Tout} =$

C'est-à-dire :

Remarque 2

On peut récapituler les trois formules liant proportion, effectif total et effectif de la partie :

$\text{Proportion} =$ $\text{Partie} =$ $\text{Tout} =$

Propriété 1

Une proportion p d'une partie d'un ensemble vérifie :

Preuve

Dans la formule $p = \text{Proportion} =$ les nombres du quotient sont tous deux , ainsi et puisque le numérateur est au alors on a bien

Propriété 2

Soient A une partie d'un ensemble E et B une partie de A.
En notant la proportion de A dans E et la proportion de B dans A alors la proportion p de vaut :

Exemple 4

Dans une commune 22 % de la population est âgé de 18 à 30 ans. Dans cette tranche d'âge 75 % des personnes possèdent un permis de conduire.
Quelle proportion de la population totale de cette commune représentent les personnes âgées de 18 à 30 ans qui possèdent un permis de conduire ?

Correction

La proportion cherchée vaut :

2 Évolutions

Définition 3

On considère une donnée numérique qui a évolué d'une valeur en une valeur .

- La vaut alors
- La , ou vaut

Remarque 3

Si une quantité ces variations sont et si elle elles sont

Exemple 5

La population d'un village est passée de 813 à 651 habitants en 10 ans.
Déterminer le taux de diminution sur la période.

Correction

Le taux cherché vaut

Propriété 3

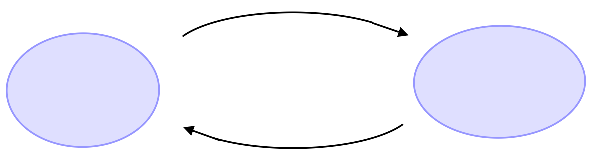
Soit t le taux d'évolution qui permet à une quantité de passer d'une valeur V_D non nulle à une valeur V_A. On a alors :

Preuve
Par définition de t on a :

Remarque 4

Ce nombre $1+t$ est appelé . On peut le noter et on a alors les formules suivantes :

$CM =$ $CM =$ $V_A =$ $V_D =$ $t =$



Propriété 4

Soit une quantité évoluant d'une valeur V_D à une valeur V_A et CM le coefficient multiplicateur associé.
Le coefficient multiplicateur associée à l'évolution d'une quantité qui évolue de à vaut :

Le taux d'évolution associé vaut :

Exemple 6

Compléter le tableau de correspondance entre taux d'évolution et coefficients multiplicateurs suivant :

Taux d'évolution	CM
$+25$ %	
$+8$ %	
$+7,5$ %	
-35 %	
-6 %	
$-4,3$ %	

Taux d'évolution	CM
	1,04
	1,13
	1,064
	0,80
	0,99
	0,734

Remarque 5

- Si le taux d'évolution est alors le CM associé vérifie
- Si le taux d'évolution est alors le CM associé vérifie

Exercice 1

Une quantité qui baisse deux fois à la suite de 30 % a-t-elle globalement diminué de 60 % ?

Correction

Imaginons par exemple que cette quantité valait initialement
Puisqu'à une diminution de 30 % correspond un coefficient multiplicateur de après la première diminution la quantité vaut :

Après la deuxième baisse de elle vaut :
Si elle avait baissé de 60 %, elle aurait une valeur finale de :

Propriété 5

Soit une quantité qui subit évolutions. Une première évolution où elle passe d'une valeur à une valeur puis une deuxième où elle passe de à une valeur
On note et les deux coefficients associés à ces évolutions.
Le coefficient multiplicateur de l'évolution de à vaut alors :

Le taux d'évolution vaut :

Exemple 7

Le prix d'achat d'une voiture achetée neuve diminue lors de sa première année de 25 %, puis de 15 % la deuxième année.
De combien sa valeur aura-t-elle diminuée après ces deux premières années ?

Correction

Le coefficient associé à la première diminution vaut :
Le coefficient associé à la deuxième diminution vaut :
Le coefficient multiplicateur vaut donc :
Ce nombre correspond à un taux d'évolution de

Remarque 6

On peut généraliser cette propriété à un nombre quelconque d'évolutions.

3 Tendances centrales et dispersion sur les séries statistiques

Soit p un entier naturel non nul.
On considère dans ce paragraphe une série statistique X comportant un nombre fini p de valeurs pour lesquels les effectifs correspondants sont notés
L'effectif total de cette série est noté et vaut :
On peut représenter cette série à l'aide du tableau ci-dessous :

Valeurs	x_1	x_2	$\ldots$	x_p
Effectifs				

3.1 Moyenne et écart-type

Propriété 6

Soit m un entier naturel non nul.
Soit une série statistique composée de m valeurs dont on note la moyenne.
Soient a et b deux nombres réels.
La série statistique composée des valeurs a pour moyenne

Exemple 8

Voici les notes obtenues par un groupe d'élèves à une évaluation notée sur 10 points : 8 ; 3 ; 6 ; 5 ; 4.
La note moyenne est de $m =$
La propriété précédente nous dit que si on convertit les notes sur 20, il n'est pas nécessaire de calculer la nouvelle moyenne à partir des notes sur 20 mais simplement de la moyenne m. On obtient alors $M =$
Si on décide d'ajouter un point à toutes les notes sur 20, là aussi il n'est pas nécessaire de refaire un calcul de moyenne mais de simplement un point à pour obtenir la moyenne finale.

Définition 4

La de la série statistique X, notée est définie par :

Exercice 2

Voici les notes obtenues à une évaluation sur 5 par une certaine classe de 2nde.

Notes	0	1	2	3	4	5
Effectifs	6	6	2	4	4	6

1. Combien compte-t-on d'élèves dans cette classe ?
2. Déterminer à l'aide de votre calculatrice la moyenne de ces notes.

Correction

1. En effectuant la des effectifs on obtient élèves dans cette classe.
2. À l'aide du menu de la calculatrice, on saisit la série et on obtient que la moyenne des notes est d'environ sur 5.

Définition 5

de la série statistique X, dont la moyenne est notée est défini par :

Exemple 9

Concernant la série statistique des notes de l'exercice précédent, la calculatrice nous donne un écart-type de
On peut l'interpréter en disant,

Remarque 7

L'écart-type d'une série statistique est une mesure de dispersion autour de la moyenne. Il donne une certaine information sur l'écart moyen par rapport à la moyenne.

3.2 Médiane et écart interquartile

Définition 6

On range les éléments de la série statistique X par ordre .
On appelle toute valeur qui la série statistique en deux sous-séries de

Exemple 10

En considérant à nouveau la série statistique de l'exercice précédent, la calculatrice nous donne une médiane de
Ce que l'on peut interpréter en disant que

Définition 7

On considère une série statistique finie.

- Le premier noté est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins des valeurs soient ou égales à
- Le noté est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins des valeurs soient ou égales à

Exemple 11

Toujours dans la série statistique des notes sur 5, la calculatrice nous donne $Q_1 =$ Ce qui peut être interpréter en disant qu'au moins des élèves ont eu une note ou égale à 1.
On obtient que $Q_3 =$ ce qui nous dit qu'au moins des élèves ont eu une note ou égale à 4.

Définition 8

Soit une série statistique dont on note Q_1 et Q_3 le premier et troisième

- est la différence
- noté est l'ensemble des nombres réels

Exemple 12

Toujours dans la série statistique précédente, l'écart interquartile vaut
L'intervalle interquartile est

Propriété 7

Au moins des valeurs d'une série statistique finie sont comprises dans son

Exemple 13

Dans la série statistique précédente élèves ont eu une note comprise entre 1 et 4, soit une proportion de

Ainsi, on a bien qu'au moins des élèves ont eu une note comprise dans l'intervalle .

Remarque 8

L'écart interquartile est une mesure de autour de la médiane d'une série statistique. Il donne la longueur de l'intervalle interquartile qui regroupe au moins 50 % de la population de la série autour de sa médiane.

Définition 9

Un diagramme appelé aussi permet de représenter les cinq paramètres suivant d'une série statistique :

Il est constitué d'un axe des abscisses qui permet de placer précisément les paramètres précédents.
On construit au-dessus de celui-ci un rectangle dont les bords verticaux sont aux abscisses Q_1 et Q_3. À partir des milieux des côtés verticaux de ce rectangle on trace deux segments horizontaux, l'un vers la valeur minimale de la série, l'autre vers sa valeur maximale. On termine en traçant un segment vertical au sein du rectangle à l'abscisse de la médiane.

Exercice 3

On a recensé les salaires mensuels net d'une entreprise et on a pu en extraire les données suivantes :
salaire minimal $1\,340$ €, premier quartile $1\,800$ €, médiane $2\,100$ €, troisième quartile $2\,700$ €, salaire maximale $8\,500$ €.
Construire le diagramme en boite de cette série.