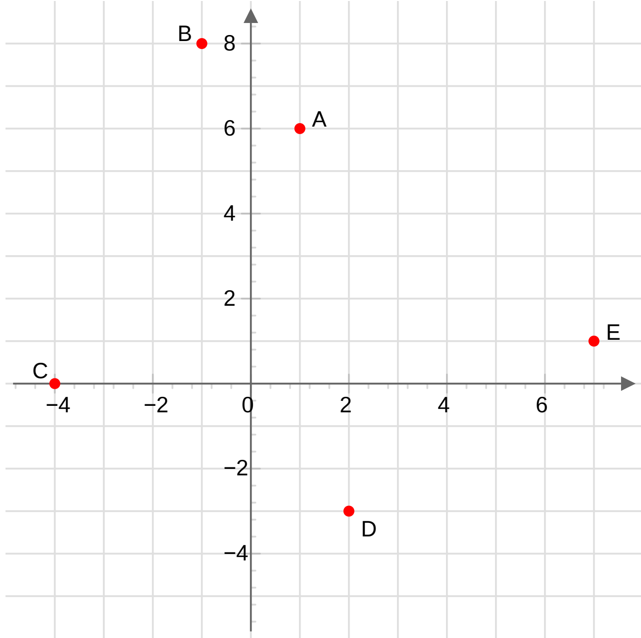
Géométrie repérée

Exercice 1

Dans le repère orthonormé ci-contre tous les points sont à coordonnées entières.

1. À l'aide d'un calcul, trouver la longueur des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$.
2. Le triangle ABC est-il rectangle ?
3. Le triangle ACE est-il rectangle ?
4. Calculer les coordonnées du point K milieu de $[AD]$.
5. Démontrer que le quadrilatère $ACDE$ n'est pas un parallèlogramme. (Il existe plusieurs méthodes pour cela.)



Exercice 2

1. Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du milieu J de $[MN]$.

   - $M(-3\,;\sqrt{2})$; $N(2\,;-\sqrt{2})$
   - $M\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{3}{4}\right)$; $N\left(\dfrac{1}{3}\,;-5\right)$

2. Voici un programme Python incomplet permettant d'éxécuter une fonction qui à partir des coordonnées de deux points retourne ensuite les coordonnées du milieu du segment formé par ces deux points.
   Compléter le pour qu'il soit fonctionnel.

```python
from math import*

def milieu(A,B):
    xm = ( A[0]+B[0])/2
    ym =
    return [xm, ym]

C = [-5,0]
D = [2,-3]

print( milieu(C,D) )
```

3. Tester votre programme sur les points de la question 1.
4. Existe-t-il des segments dont les extréminités et le milieu sont à coordonnées entières ?

Exercice 3

Dans un repère du plan on considère les points $A(2\,;-1)$, $B(5\,;-3)$ et $C(-6\,;-7)$.

1. Calculer les coordonnées du point M tel que A soit le milieu du segment $[BM]$.
2. Calculer les coordonnées du point N, symétrique de C par rapport à A.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $MNBC$?

Exercice 4

Placer dans un repère du plan les points suivants : $P(-2\,;4)$, $Q(-3\,;-1)$, $R(2\,;-2)$ et $S(3\,,3)$.

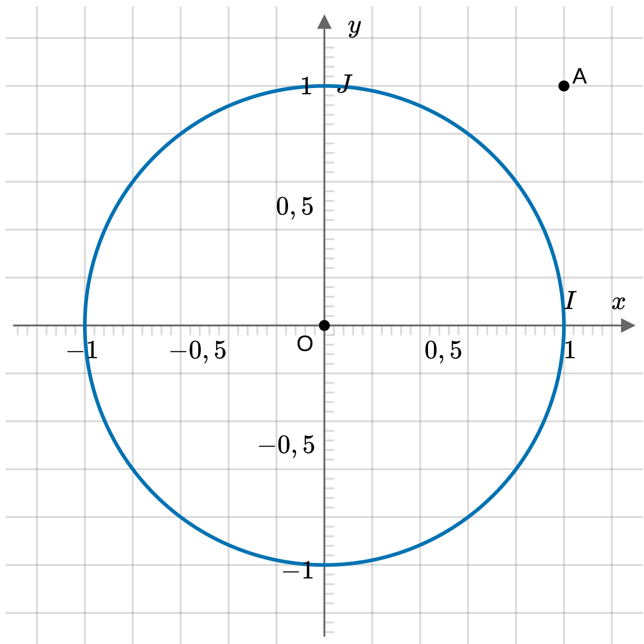
1. Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un paralèllogramme.
2. Modifier les valeurs dans une des lignes comprises entre les lignes 14 et 17 pour qu'après exécution l'algorithme ci-dessous affiche *True*

```
1  def para(A,B,C,D):
2      xm1 = (A[0]+C[0])/2
3      ym1 = (A[1]+C[1])/2
4  
5      xm2 = (B[0]+D[0])/2
6      ym2 = (B[1]+D[1])/2
7  
8      rep = False
9      if xm1 == xm2 and ym1 == ym2:
10         rep = True
11 
12     return rep
13 
14 E = [0,5]
15 F = [5,5]
16 G = [6,0]
17 H = [0,0]
18 
19 print( para(E,F,G,H) )
```

3. Tester ce programme sur le quadrilatère $PQRS$.
4. Le quadrilatère $PQRS$ est-il un rectangle ? Un carré ? Un losange ?

Exercice 5

Dans le repère orthonormé $(O\,,I\,,J)$ ci-contre, on a tracé le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et rayon 1. On considère de plus le point $A(1\,;1)$ et on note Δ le quart de disque obtenu par intersection entre le disque de centre O et de rayon 1 et le carré $OIAJ$.
Pour chacune des propositions suivantes dire si elles sont vraies ou fausses. Les réponses devront être justifiées.



1. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{5}\,;\dfrac{4}{5}\right)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$.
2. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{10}\,;\dfrac{9}{10}\right)$ appartient au cercle de centre O et de rayon 1.
3. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{10}\,;\dfrac{9}{10}\right)$ appartient au disque de centre O et de rayon 1.
4. Soient x et y deux nombres réels et $M(x\,;y)$ un point du repère. Si $M \in \mathscr{C}$ alors $x^2+y^2=1$.

5. Soit $M(x\,;y)$, avec x et y des réels, un point situé dans le disque de centre O et de rayon 1. On a alors que : $x^2+y^2 \geq 1$.
6. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{121}{120}\,;\dfrac{98}{99}\right)$ est à l'intérieur du carré $OIAJ$.
7. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{11}{13}\,;\dfrac{7}{13}\right)$ est à l'intérieur du carré $OIAJ$ mais n'est pas dans Δ.

Exercice 6

Dans un repère orthonormé du plan on considère les points $A(-4\,;5)$ et $B(3\,;10)$.
Existe-t-il un point M appartenant à l'axe des abscisses tel que ABM soit isocèle ?

Exercice 7

Dans un repère orthonormé du plan on considère les points suivants : $A(-2\,;\,6)$, $B(6\,;\,2)$ et $C(1\,;\,-3)$.
Soit M un point quelconque de la droite (AB).

1. À quelle condition le point M est-il le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) ?
2. Montrer que la fonction affine f dont la représention graphique est la droite (AB) a pour expression algébrique $f(x)=-0,5x+5$.
3. Si on note $x_M=x$, exprimer alors y_M en fonction de x.
4. Montrer alors que $CM^2=1,25x^2-10x+65$.
5. À l'aide de votre calculatrice émettre une conjecture sur la valeur que doit prendre x pour que CM^2 soit minimal.
6. Démontrer votre conjecture en vérifiant la nature du triangle ACM.