Statistiques 2

Exercice 1

Les calculatrices permettent de simuler le hasard à l'aide de fonctions qui affichent des nombres aléatoires. Nous allons utiliser ici la fonction qui permet d'obtenir un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 6 pour simuler le lancé d'un é à 6 faces.

• Sur la calculatrice Numworks, tapper : **randint(1,6)**.
• Sur les TI, tapper : **NbreAléatEnt(1,6)**.
• Sur les CASIO, tapper: **Int (Ran#×6+1)**
• En Python, exécuter le code suivant :

```python
from random import*
print(randint(1,6))
```

Le but de cet exercice est d'étudier la répartition des résultats lorsqu'on lance deux dés à 6 faces à la fois et que l'on regarde la somme des résultats obtenus. Par exemple, si le premier dé donne la face 3 et le deuxième la face 2, le résultat sera le nombre 5.

1. Quel est l'ensemble des résultats possibles ?
2. Donner, à l'aide d'un tableau, pour chacun des résultats possibles la probabilité correspondante.
3. Sur votre calculatrice simuler 50 expériences de tels lancers de dés et compléter les cinquante cases du tableau ci-dessous avec les résultats obtenus.

Résultats										
Résultats										
Résultats										
Résultats										
Résultats										

4. Déterminer la moyenne de ces résultats.
5. Comparer ce résultats avec ceux des autres élèves.
6. Comment pourrait-on calculer la moyenne de tous les résultats de la classe ?
7. Quel indicateur statistique nous permettrait-il de savoir si en moyenne les résultats obtenus sont éloignés de la moyenne ?
8. Déterminer la médiane de votre série statistique, ainsi que le premier et troisième quartile.
9. Construire un diagramme bâtons et un diagramme en boite pour représenter les résultats.
10. Les résultats obtenus sont-ils éloignés des probabilités calculées précédemment ?

Exercice 2

On considère un dé tétraédrique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 4.

1. Lorsqu'on lance ce dé, qu'elle est la probabilité p d'obtenir la face portant le numéro 1 ?
2. On lance $1\,000$ fois ce dé. Donner l'intervalle de fluctuation de la fréquence de face 1 associé à ce nombre de lancers.
3. Scipion possède un dé tétraédrique mais il ne sait pas s'il est équilibré ou non.
   Il le lance $1\,000$ fois et obtient 292 fois la face n°1. Que peut-on en conclure ?

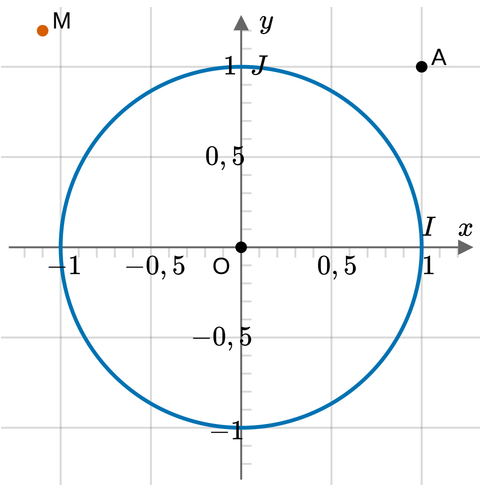
Exercice 3

On effectue des essais sur un échantillon de 220 lampes électriques afin de tester leur durée de vie exprimée en heures. Voici les résultats :

Durées	Effectifs	Fréquences
$[1000; 1200[$	6	
$[1200; 1300[$	14	
$[1300; 1400[$	25	
$[1400; 1500[$	75	
$[1500; 1600[$	80	
$[1600; 1700[$	10	
$[1700; 1800[$	8	
$[1800; 2100]$	2	

1. Compléter la colonne des fréquences.
2. Représenter cette série par un diagramme batons.
3. Déterminer la moyenne, la classe modale, et l'étendue de cette série.
4. Peut-on déterminer la médiane de cette série ?
5. L'entreprise qui fabrique ces lampes affirme que 50 % de sa production a une durée de vie comprise dans l'intervalle $[1500\,;\ 1600[$.
   On fait la supposition que l'affirmation de l'entreprise est vraie.
   a. Quelle est la probabilité p qu'un lampe choisie au hasard dans notre échantillon ait une durée de vie comprise dans l'intervalle $[1500\,;\ 1600[$?
   b. Déterminer l'intervalle de fluctuation de la fréquence des lampes de l'échantillon qui ont une durée comprise dans l'intervalle $[1500\,;\ 1600[$.
   c. La fréquence des lampes de l'échantillon qui ont une durée comprise dans l'intervalle $[1500\,;\ 1600[$ (calculée dans la question 1) appartient-elle à l'intervalle de fluctuation ? Que peut-on en conclure ?

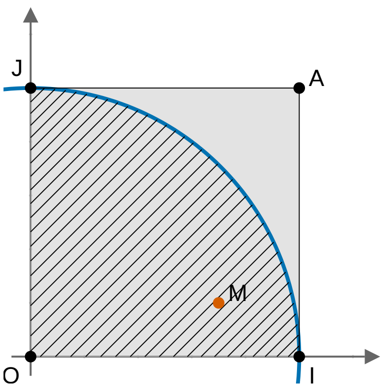
Exercice 4



Dans le repère orthonormé $(O;\ I;\ J)$ ci-dessus, on a tracé le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et rayon 1. On considère de plus le point $A(1\,;1)$ et on note Δ le quart de disque obtenu par intersection entre le disque de centre O et de rayon 1 et le carré $OIAJ$.

Soit $M(x\ ,y)$, avec x et y des réels un point du repère.

1. Montrer que M appartient au disque de centre O et de rayon 1 si et seulement si $x^2 + y^2 \leq 1$.
2. On se place pour cette question dans le carré $OIAJ$ et on considère un point $M(x;\ y)$, avec x et y des réels, choisis aléatoirement à l'intérieur.



a. Quelle est la probabilité p que le point M se situe dans Δ ?

b. L'instruction *random()* de la librairie *random* de Python retourne un nombre aléatoire compris entre 0 et 1.

```
from random import*
print(random())
```

Expliquer ce que fait l'algorithme suivant :

```
from random import*

c = 0

x = random()
y = random()

if x*x+y*y < 1:
    c = c+1
```

c. À partir du code Python précédent, en ajoutant une boucle for, écrire un algorithme simulant l'apparition de $1\,000$ points choisis aléatoirement dans le carré $OIAJ$ et qui retourne la fréquence de points appartenant à Δ.

d. En exécutant l'algorithme précédent, effectuer une simulation et donner la valeur f de la fréquence de points appartenant à Δ.

e. À partir de cette fréquence f donner un intervalle de confiance pour la valeur de $\dfrac{\pi}{4}$.

f. Peut-on accorder un niveau de confiance de $0,95$ à cet intervalle de confiance ?

g. En déduire un intervalle de confiance pour π.

h. Comment, à partir de cette méthode, obtenir une plus grande précision ?

Exercice 5

Un parc forestier est constitué essentiellement de pins maritimes. Pour détecter une maladie due à une bactérie on mesure la hauteur des arbres âgés de 50 ans. Ceux-ci mesure, en moyenne, 15 mètres avec un écart-type de 1,50 mètre.
On note $m = 15$ et $s = 1,5$.
Lorsqu'un arbre est atteint par cette maladie sa croissance est largement réduite. On estime qu'une population de pins maritimes est en bonne santé lorsque :

- au moins 95% des arbres de 50 ans ont une hauteur comprise dans l'intervalle $[m - 2s\,;m + 2s]$;
- la moyenne de l'échantillon ne diffère pas de plus 5% de la moyenne attendue;
- l'écart-type de l'échantillon est compris dans l'intervalle $[1,4\,;1,6]$.

On a relevé les tailles d'un échantillon de pins maritimes de 50 ans de ce parc forestier et on les a saisis dans le programme Python ci-dessous.
Ce programme permet de savoir si les arbres étudiés sont porteurs d'une maladie ou non, mais il est incomplet ou comporte des erreurs.

```
from math import*

E = [13.2,14.1,17.3,11.8,15.1,16.8,12.6,14.9,
15.1,13.0,15.3,15.9,14.2,16.4,12.6,14.5,14.2,
15.9,17.5,15.6,14.2,14.5,13.2,15.2,16.4,14.6,
15.8,15.3,13.5,13.7,11.4,15.1,16.8,14.5,14.4,
17.1,16.2,13.4,15.8,14.6,15.7,13.3,13.9,14.4,
15.9,18.1,15.4,12,9,13.8,14.8,15.9,14.1,13.5,
16.2,15.3,14.0,14.9,13.4,15.6,14.8,12.8,13.4,
16.7,13.9,13.8,15.0,15.8,14.2,13.9,16.2,15.2,
14.7,11.9,14.6,13.8,16.0,14.7,13.4,15.4,15.1,
14.8,15.7,15.9,15.2,13.9,14.2,17.0,13.0,13.5,
15.0,15.6,14.1,14.4,15.6,13.2,14.3,14.7,15.1,
15.8,16.9,18.4,11.7,13.4,15.9,16.2,17.4,14.9,
```

```
15.2,15.9,14.7,12.9,14.8,14.7,15.6,15.1,15.4,
14.2,13.8,16.2,17.4,13.4,16.2,12.9,13.7,14.8,
15.2,13.2,16.1,14.8,15.3,16.2,16.3,14.2,11.9,
14.1,11.9,12.7,15.9,14.3,14.7,16.2,14.5,15.7,
15.9,16.2,13.4,13.8,16.2,15.0,14.8,15.6,15.2,
13.7,16.0,16.1,13.7,12.2,17.9,18.0,16.4,12.3,
13.4]

def intervalle(L):
  s = 0.0
  for i in range(0,len(L)):
     if L[i] >= 12 and L[i]<= :
      s = s + 1
  return s/len(L)

def moyenne(L):
  s = 0.0
  for i in range(0,):
     s = s + L[i]
  return s/len(L)

def sigma(L):
  s = 0.0
  m = moyenne(L)
  for i in range(0,len(L)):
     s = s + (L[i]-  )**2
  s = s/len(L)
  return sqrt(s)


print(intervalle(E))
print(moyenne(E))
```

1. Compléter, corriger et exécuter cet algorithme pour savoir si les arbres étudiés sont porteurs d'une maladie ou non.
2. Peut-on affirmer, avec un niveau de confiance de $0,95$, que la probabilité qu'un arbre de ce parc forestier ait une hauteur comprise entre $[14;\ 16]$ est dans l'intervalle $[0,44;\ 0,61]$?