Arithmétique

1 - Diviseur / multiple

Définition 1
Soient a et b deux
On dit que a est un de b lorsqu'il existe tel que

Remarque 1

Si a est un diviseur de b on peut alors dire que ou que ou encore que

Exemple 1

Le nombre 3 est un de 153 car

Exercice 1

Déterminer la liste des diviseurs de 132.

On remarque que $132 =$ ainsi en prenant toutes les combinaisons possibles parmi tous ces diviseurs, la listes diviseurs de 132 est :

Exercice 2

Déterminer la liste des diviseurs de 109.

Le nombre 109 ne possède que diviseurs

Propriété 1
Soit $a \in \mathbb{Z}$. Si b et b' sont deux de a, alors $b + b'$ est

Preuve
Soit $a \in \mathbb{Z}$, et soient b et b' deux
On a alors qu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que et qu'il existe $k' \in \mathbb{Z}$ tel que
Ainsi, est bien un

2 - Nombre pair / nombre impair

Définition 2
• Un nombre est dit pair si il est

• Un nombre est dit impair si il n'est

Propriété 2
Soit $a \in \mathbb{Z}$:
• a est pair si il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que

• a est impair si il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que

Exemple 2

$17 =$ est un nombre

$158 =$ est un nombre

Propriété 3
Soit $a \in \mathbb{Z}$.

Preuve
Soit $a \in \mathbb{Z}$ un nombre impair. Il existe alors $k \in \mathbb{Z}$ tel que

en posant
Ainsi, a^2 est bien un nombre

Propriété 4
Soit $a \in \mathbb{Z}$.

Preuve
Nous allons raisonner par C'est-à-dire que l'on cherche à montrer que "

Ainsi, si a est il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que
On a alors que

Remarque 2

On aurait pu énoncer ces deux dernières propriétés en une seule de la sorte :

Propriété 5
Soit $a \in \mathbb{Z}$.

3 - Nombres premiers

Définition 3
Un entier naturel non nul est dit lorsqu'il possède exactement

Exemple 3

Les nombres sont premiers.
Le nombre 60 il possède plus que deux diviseurs :

Exemple 4

Voici un algorithme basé sur le crible pour obtenir les nombres premiers inférieurs à 100.

```
from math import*

for i in range(2,101):
        premier = 1
        for j in range(2,i):
                if i%j == 0:
                        premier = 0
        if premier == 1:
                print(i)
```