

Probabilités

1 - Vocabulaire et premières définitions

Définition 1

Une est une expérience pour laquelle on peut décrire l'ensemble de tous les résultats possibles mais on ne peut le résultat à l'avance avec certitude car le intervient.

Exemple 1

- On lance un dé cubique parfait.
- On lance quatre fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée.

Définition 2

Dans une expérience aléatoire, l'ensemble des issues possibles est appelé et est généralement noté .

Exemple 2

Pour un lancer de dé cubique on a :

Définition 3

Exercice 1

Dans l'exemple d'un lancer de dé, donner quelques événements.

-
-

Définition 4

On appelle le nombre d'éléments que contient . On le note .

Exemple 3

Toujours dans un lancer de dé cubique on a

Définition 5

Dans une expérience aléatoire, on appelle un événement ne possédant issue.

Exemple 4

Dans un lancer de dé cubique est un événement élémentaire, alors que n'en est pas un.

2 - Loi de probabilité

Définition 6

On dit que l'on définit une p sur l'univers Ω lorsque l'on associe à chaque un nombre réel compris entre noté où p_i est appelé la probabilité de l'issue x_i , la somme des probabilités de toutes les issues devant être égale à . Ainsi, on a :

$$\sum p(x_i) = \text{et, pour tout } i,$$

Exemple 5

Dans notre exemple nous pouvons résumer la loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i						

Remarque 1

On dit que la loi est équiprobable si toutes les issues ont la même probabilité et alors $p_i =$.

C'est le cas des deux exemples précédents.

Définition 7

La probabilité d'un événement A notée $P(A)$ est le rapport du nombre des issues favorables à cet événement sur le nombre total d'issues.

Exemple 6

Dans l'expérience aléatoire du lancer de dé cubique, on pose A l'événement "obtenir un multiple de trois".

On a alors : $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Propriété 1

Soit A un événement d'une expérience aléatoire. Si on peut dénombrer les issues de cette expérience, et que la loi de probabilité est équiprobable, alors nous avons la formule suivante :

Exemple 7

Dans l'expérience aléatoire du lancer de dé cubique, on pose B l'événement "obtenir un résultat pair".

Propriété 2

Soit P une loi de probabilité sur un univers Ω .

- Aucun événement ne réalise l'événement impossible \emptyset donc $P(\emptyset) = 0$
- L'événement certain est réalisé par tous les événements élémentaires de Ω , donc $P(\Omega) = 1$
- Pour tout événement A de Ω , on a : $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

3 - Propriétés algébriques**Définition 8**

L'intersection de deux événements A et B notée $A \cap B$ est l'événement constitué des issues qui sont favorables à A et B .

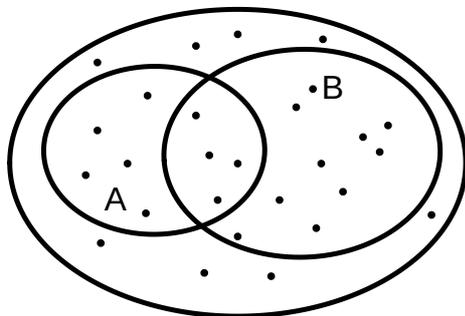
Définition 9

La réunion de deux événements A et B notée $A \cup B$ est l'événement constitué des issues qui sont favorables à A ou B .

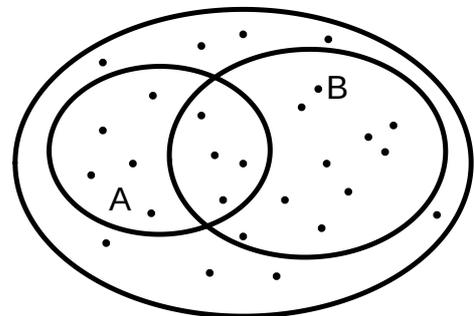
Exemple 8

Dans nos exemples, si A est l'événement "obtenir un résultat multiple de trois" et B est l'événement "obtenir un résultat pair", alors $A \cap B$ est l'événement "avoir un multiple de trois et un nombre pair" : $A = \{3; 6\}$; $B = \{2; 4; 6\}$; $A \cap B = \{6\}$

Puis, $A \cup B = \{2; 3; 4; 6\}$



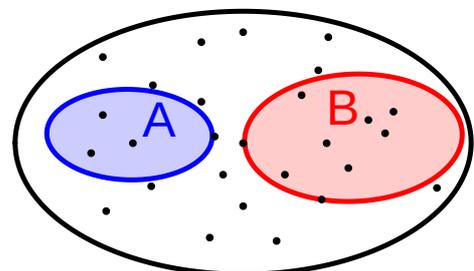
$A \cup B$



$A \cap B$

Définition 10

Deux événements A et B sont dits **disjoints** (ou **mutuellement exclusifs**), si $A \cap B = \emptyset$.



Remarque 2

Si deux événements A et B sont incompatibles (ou disjoints) alors :

Propriété 3 -- Probabilité de la réunion

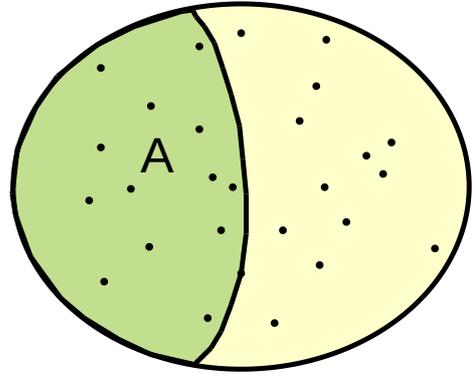
Remarque 3

Pour déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$, on compte le nombre d'éléments de A , on ajoute ceux que l'on compte dans B et on retire ceux que l'on a compté à savoir ceux de

Définition 11

L'événement (ou) d'un événement A est l'événement constitué de

On le note



Exercice 2

Toujours dans l'expérience du lancer d'un dé cubique, on considère C l'événement "obtenir au moins 2".
Écrire une phrase définissant \bar{C} .

Propriété 4

Pour tout événement A d'un univers probabilisé Ω , on a :

-
-
-

Exercice 3

Une personne possède un dé équilibré à 12 faces en forme de dodécaèdre. Il propose un jeu d'argent : le joueur paye 2 euro pour participer, et le tableau des gains est le suivant :

Face	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gain	0€	0,20€	0€	0,50€	0€	0,10€	0€	10€	0€	0€	0,50€	1€

Quelle est la probabilité de perdre de l'argent en jouant à ce jeu ?