Vecteurs du plan (2)

Tout objet géométrique peut être représenté dans un repère. Il en est de même pour les vecteurs et nous allons apprendre dans ce chapitre avec quelles formules cela se fait. Nous découvrirons alors des méthodes vectorielles qui permettront de simplifier les démonstrations.

1 - Coordonnées d'un vecteur

Définition 1 -- *Coordonnées d'un vecteur*

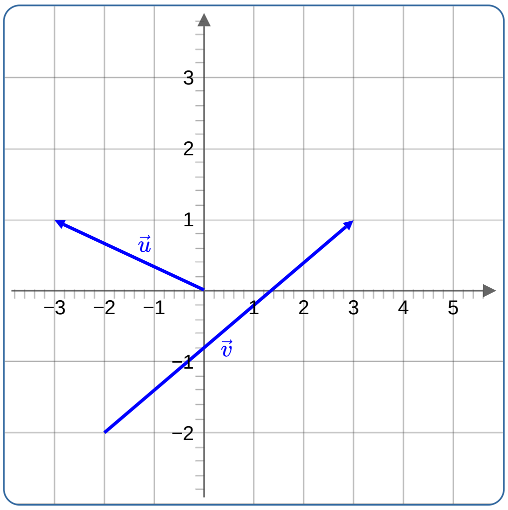
Dans un repère du plan,

Remarque 1

Si un point M est de coordonnées $(x; y)$, alors le vecteur $\vec{u}$ défini par pourra se noter :

Exercice 1

Trouver les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tracés dans le repère ci-dessous :



Remarque 2

Le vecteur nul a pour coordonnées

Propriété 1

Remarque 3

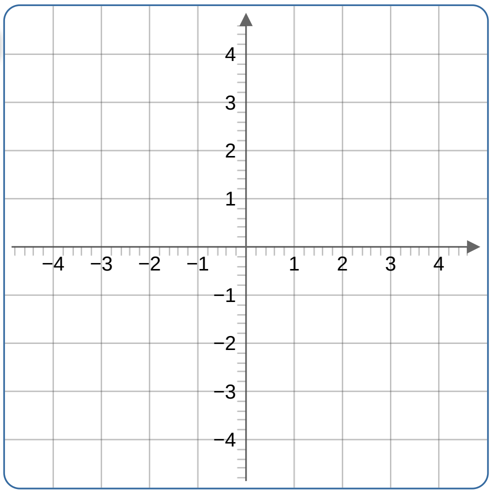
Cette propriété peut s'écrire également de la manière suivante :

Propriété 2

Soient x, y, x' et y' quatre nombres réels.
Deux vecteurs et sont égaux si, et seulement si,

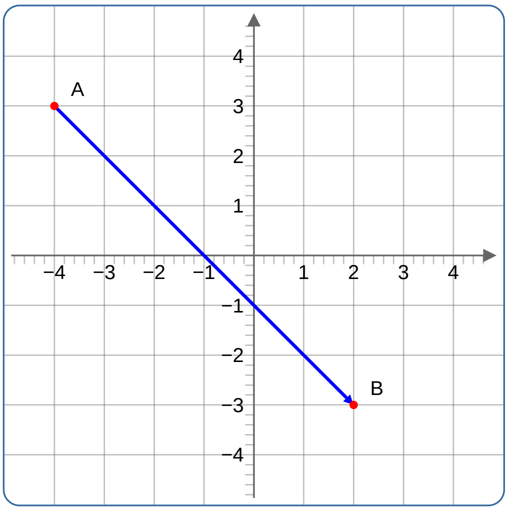
Exercice 2

Construire dans le repère ci-dessous deux représentants du vecteur de coordonnées $(3; -1)$.



Exercice 3

À partir du repère ci-dessous, noter les coordonnées des points A et B, puis du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Que remarque-t-on ?



A	B	$\overrightarrow{AB}$

Propriété 3
Soient et deux points d'un repère du plan.

Les coordonnées du vecteur sont :

Exercice 4

Trouver les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ avec $M(3;-1)$ et $N(-2;4)$.

Propriété 4 -- *Somme de vecteurs*
Soient x, y, x' et y' quatre nombres et soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs de coordonnées respectives et d'un repère du plan.
On a alors que le vecteur a pour coordonnées :

Preuve

On peut donc affirmer que les coordoonées de la de deux vecteurs est bien des coordonnées de ces vecteurs.

2 - Norme d'un vecteur

Propriété 5
Soit $\vec{u}(x;y)$ un vecteur du plan. On a alors que :

Preuve

Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points tels que
On sait que $x =$ et $y =$
On a alors que $||\vec{u}|| =$

Exemple 1

La norme du vecteur $\vec{u}(3;-2)$ vaut

3 - Multiplication d'un vecteur par un réel

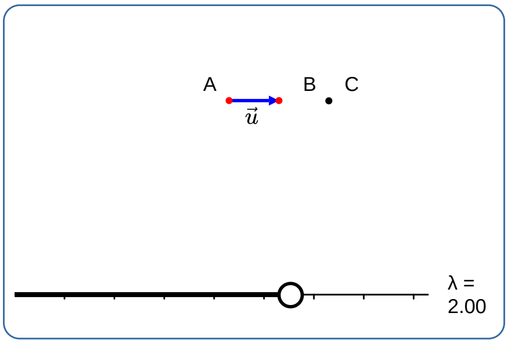
Définition 2

Exemple 2

En reprenant le vecteur $\overrightarrow{MN}(-5;5)$ du dernier exercice, nous avons par exemple que a pour coordonnées

Exemple 3

Déplacer le curseur de la figure ci-dessous et observer l'influence de coefficient λ en fonction de son appartenance aux intervalles $[1;+\infty[$, $[0;1]$ ou $]-\infty;0]$.



Propriété 6

Soit $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ un vecteur et un nombre réel. On définit le point C par la relation on a alors :

-
-
-

Propriété 7

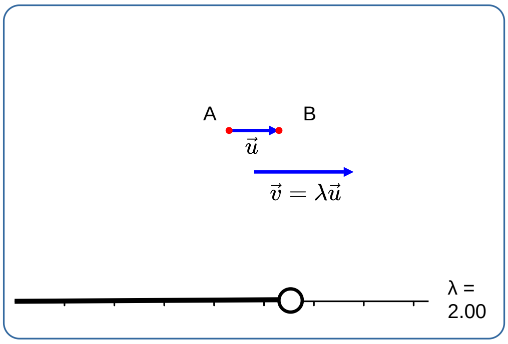
-
- On note le vecteur . On alors que :
-
-
-

4 - Vecteurs colinéaires

Définition 3

Dire que deux vecteurs

Exemple 4



Définition 4
Soient $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ deux vecteurs du plan. On définit le des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté par :

Exemple 5

Pour $\vec{v}(5;-2)$ et $\vec{w}(-1;-4)$ on a $\det(\vec{v},\vec{w}) =$

Propriété 8
Deux vecteurs et d'un repère du plan sont si et seulement si :

c'est-à-dire, si et seulement si :

Preuve
Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées , et puisque $\vec{v}$ est à $\vec{u}$, il existe un réel tel que $\vec{v}$ ait pour coordonnées

Ainsi le tableau des coordonnées de ces vecteurs est identique à

Nous remarquons que le dernier est un tableau de , le premier l'est donc aussi et la règle du produit en croix nous donne bien que :

Remarque 4

On peut également noter les coordonnées d'un vecteur en plutôt qu'en . On pourra écrire donc à la place de

On fera attention à ne pas confondre cette notation avec l'écriture d'une fraction.

Propriété 9
Trois points A, B et C sont si, et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont

Deux droites (AB) et (CD) sont si, et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont