

2nde ~ Devoir maison n°6

1. Écrire sous forme de fraction irréductible, en donnant les étapes, le nombre $a = \frac{588}{1134}$.
2. Écrire sous forme de fraction irréductible, en donnant les étapes, le nombre $b = \frac{3 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{5}{6}}$.
3. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 + \frac{5}{x}$. On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
 - a. Écrire sous forme de fraction irréductible, en donnant les étapes, le nombre $f(3)$.
 - b. Écrire sous la forme $a\sqrt{5} + b$, avec a et b des entiers (en donnant les étapes), le nombre $f(\sqrt{5})$.
 - c. Le point $(1; 7)$ appartient-il à \mathcal{C}_f .
 - d. Donner un point à coordonnées entières qui appartient à \mathcal{C}_f .
 - e. Expliquer pourquoi, pour tout $x \in]0; +\infty[$, $|f(x)| = f(x)$.
4. Développer l'expression $A(x) = (3x - 4)(5 - 6x)$.
5. Développer l'expression $B(x) = (3x - 4)(4 - 6x) + 5(2x - 8)$.
6. Pour tout réel x on a $C(x) = x^2 - 7$.
 - a. Montrer que pour tout x , $C(x) = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$.
 - b. Résoudre alors l'équation $C(x) = 0$.
7. Dans un repère orthonormé du plan on considère les trois points $A(1; 0)$, $B(3; 5)$ et $C(6; 14)$.
 - a. Déterminer les longueurs AB , AC et BC .
 - b. Ces trois points sont-ils alignés ? La réponse sera justifiée par un calcul.
8. Soit f et g les deux fonctions affines définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x - 4$ et $g(x) = 4x + 7$.
 - a. Donner, en justifiant, le sens de variations de chacune de ces fonctions.
 - b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère du plan.
 - c. Existe-t-il une valeur de x telle que $\frac{f(x)}{g(x)} = 2$?
9. Montrer que pour tous nombres réels x et y nous tous deux nuls, on a : $\frac{(x - y)^2 + (x + y)^2}{2(x^2 + y^2)} = 1$.
10. Pour tous réels a et b , montrer que : $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$.
11. Soit x un nombre réel strictement positif. Montrer que $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{x + 1}{2x + 1}$.
12. Montrer que pour tous nombres réels a et b on a : $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$.