2nde ~ DM n°8

On considère dans un repère du plan le point $A_1(0\,;12,4)$.
On note x_1 et y_1 ces coordonnées.
On définit de plus le point A_2 de coordonnées $(x_2\,;y_2)$ par :

$$x_2 = 0,8x_1 - 0,6y_1 + 2,9,$$
$$y_2 = 0,6x_1 + 0,8y_1 - 4,9.$$

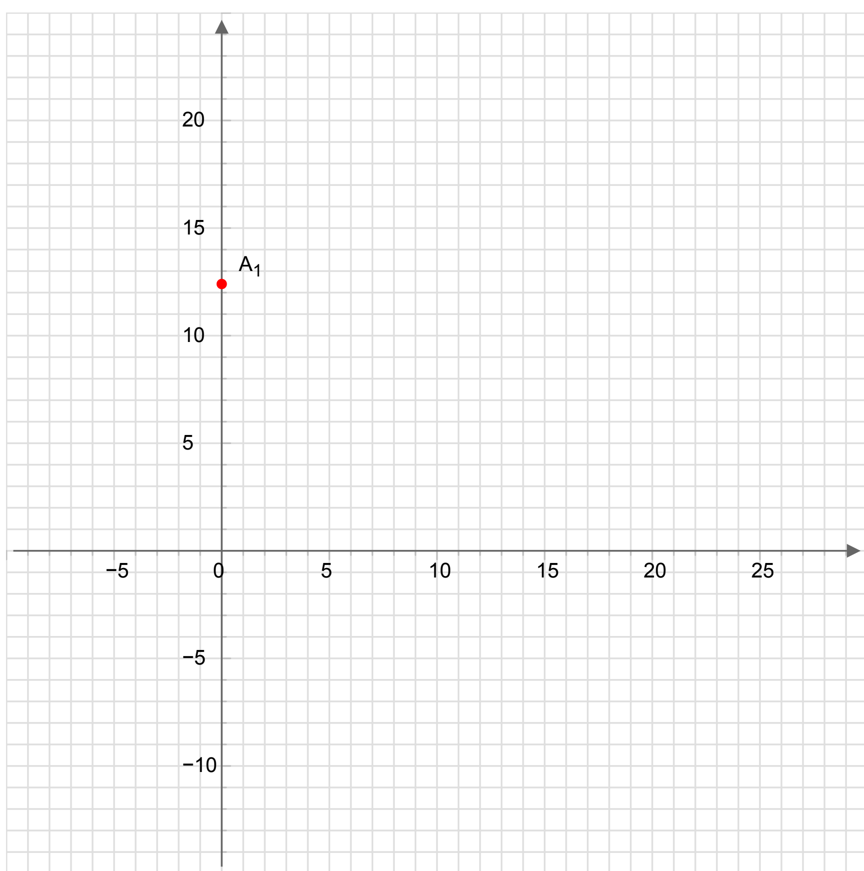
On procède de même pour les points A_3, A_4 etc. avec par exemple :

- $x_3 = 0,8x_2 - 0,6y_2 + 2,9$ et $y_3 = 0,6x_2 + 0,8y_2 - 4,9$,
- $x_4 = 0,8x_3 - 0,6y_3 + 2,9$ et $y_4 = 0,6x_3 + 0,8y_3 - 4,9$.

1. Donner les valeurs de x_1 et y_1 puis les coordonnées de A_2.
2. On utilise dans cette question un tableur.
   a. Dans une feuille de calculs, saisir dans la cellule $A1$ la valeur de x_1 puis dans la cellule $B1$ celle de y_1.
   b. Saisir dans la cellule $A2$ la formule : $= 0,8 * A1 - 0,6 * B1 + 2,9$ pour obtenir x_2 à partir de x_1.
   c. Quelle formule faut-il saisir dans la cellule $B2$ pour obtenir y_2 à partir de y_1.
   d. En tirant les deux formules précédentes vers le bas, compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2}.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_n										
y_n										

   e. Placer tous les points de A_2 jusqu'à A_{10} dans le repère ci-dessous.



f. À quelle figure géométrique semble appartenir les points A_n ?

3. Dans le programme suivant, on trace tous les points de A_1 jusqu'à A_{100}. Puis à la ligne n°18 on définit un point C que l'on affiche à la ligne suivante. La ligne n°20 permet de construire un cercle de centre C et de rayon 5.

```
1  Xmin = -10
2  Xmax = 30
3  Ymin = -15
4  Ymax = 25
5  traceG()
6  traceX()
7  traceY()
8  x = 0
9  y = 12.4
10 for(i=0; i<100; i++){
11     mem = x
12     x = 0.8*x-0.6*y+2.9
13     y = 0.6*mem+0.8*y-4.9
14     point([x,y])
15 }
16
17 couleur = rouge
18 C = [2,6]
19 point(C)
20 cercle(C,5)
```

En procédant par tâtonnement sur le fichier html du site, déterminer les coordonnées du point C et le rayon du cercle pour que ce dernier passe au plus proche des points A_n. Donner les résultats trouvés.

4. Soit $C(8,8\,;12,9)$ un point du repère.
   a. Calculer A_1C et A_2C et interpréter les résultats.
   b. Soit n un entier naturel non nul. On suppose que le point $A_n(x_n\,;y_n)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$ de centre C et de rayon $13,7$.
   Montrer alors que $x_n^2+y_n^2-17,6x_n-3,8y_n+81,05=13,7^2$.
   c. Toujours en supposant que $A_n(x_n\,;y_n)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$ de centre C et de rayon $13,7$, montrer que $A_{n+1}(x_{n+1}\,;y_{n+1})$ appartient au même cercle.

   On utilisera la question précédente ainsi que les relations :
$$x_{n+1}=0,8x_n-0,6y_n+2,9,$$
$$y_{n+1}=0,6x_n+0,8y_n-4,9.$$

   d. Expliquer en quoi la question précédente permet de montrer que tous les points A_n sont sur $\mathscr{C}$.