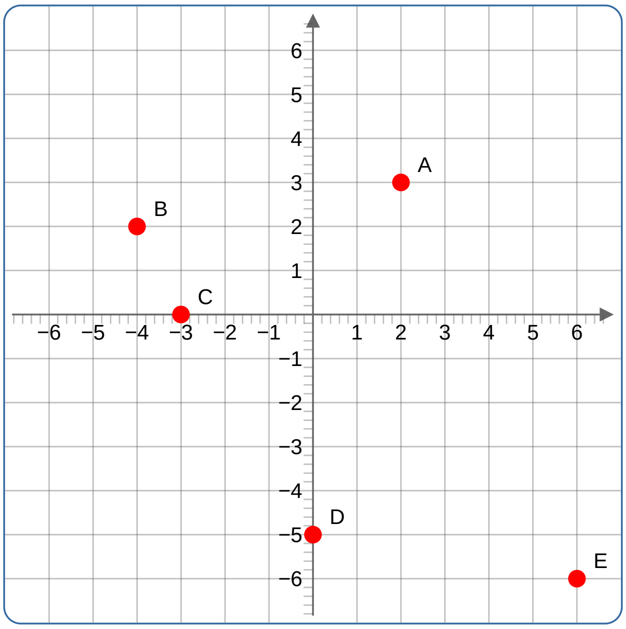
Géométrie repérée

Exercice 1

Dans le repère orthonormé ci-dessous tous les points sont à coordonnées entières.



1. À l'aide d'un calcul, trouver la longueur des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$.
2. Le triangle ABC est-il rectangle ?
3. Le triangle ACE est-il rectangle ?
4. Calculer les coordonnées du point K milieu de $[AD]$.
5. Démontrer que le quadrilatère $ACDE$ n'est pas un parallèlogramme. (Il existe plusieurs méthodes pour cela.)

Exercice 2

1. Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du milieu J de $[MN]$.

   - $M(-3;\sqrt{2})$; $N(2;-\sqrt{2})$
   - $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$; $N\left(\frac{1}{3};-5\right)$

2. Voici un programme Python incomplet permettant de demander à l'utilisateur les coordonnées de deux points et de retourner ensuite les coordonnées du milieu du segment formé par ces deux points.

   Compléter le pour qu'il soit fonctionnel.

```
x1 = float(input("Abs point 1\n"))
y1 = float(input("Ord point 1\n"))



xm = (x1+x2)/2
ym =

print(xm)
print(ym)
```

3. Tester votre programme sur les points de la question 1.

Exercice 3

Les points A et B sont tels que $A(2;-1)$ et $B(5;-3)$.

1. Calculer les coordonnées du point M tel que A soit le milieu du segment $[BM]$.

2. Calculer les coordonnées du point N, symétrique de A par rapport à B.
3. Démontrer que $[AB]$ et $[MN]$ ont même milieu.

Exercice 4

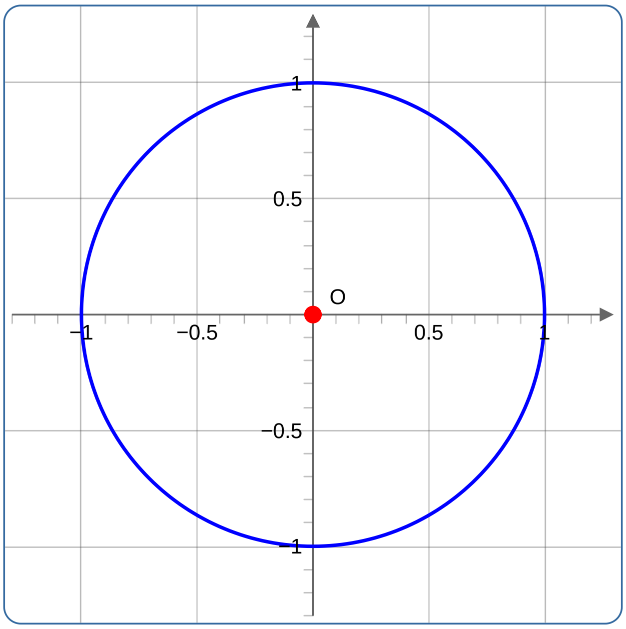
Placer dans un repère du plan les points suivants : $P(-2;4)$, $Q(-3;-1)$, $R(2;-2)$ et $S(3,3)$.

1. Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un paralèllogramme.
2. Expliquer le rôle du programme Python ci-dessous.

```
x1 = float(input("Abs point 1"))
y1 = float(input("Ord point 1"))

x2 = float(input("Abs point 1"))
y2 = float(input("Ord point 1"))

x3 = float(input("Abs point 1"))
y3 = float(input("Ord point 1"))

x4 = float(input("Abs point 1"))
y4 = float(input("Ord point 1"))


xm1 = (x1+x3)/2
ym1 = (y1+y3)/2

xm2 = (x2+x4)/2
ym2 = (y2+y4)/2

if xm1 == xm2 and ym1 == ym2:
  print("para")
else:
    print("non para")
```

3. Tester ce programme sur quadrilatère $PQRS$.
4. Le quadrilatère $PQRS$ est-il un rectangle ?

Exercice 5



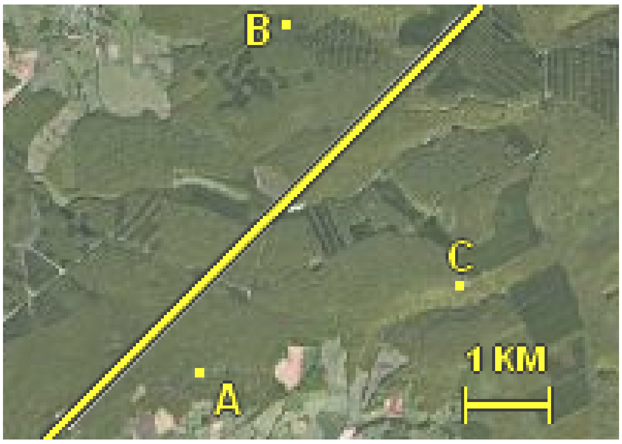
Dans le repère ci-dessus, on a tracé le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et rayon 1. On considère un point $M(x,y)$, avec x et y des réels quelconques.
Pour chacune des propositions suivantes dire si elles sont vraies ou fausses. Les réponses devront être justifiées.

1. Le point de coordonnées $\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ appartient au cercle $\mathcal{C}$.
2. Le point de coordonnées $\left(\frac{3}{10};\frac{1}{5}\right)$ appartient au cercle de centre O et de rayon 1.

3. Le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{10};\dfrac{1}{5}\right)$ appartient au disque de centre O et de rayon 1.
4. Soit $M(x;y)$ un point de ce repère. Si $M \in \mathcal{C}$ alors $x^2+y^2=1$.
5. En considérant toujours un point $M(x;y)$ de ce repère, situé dans le disque de centre O et de rayon 1. On a alors que : $x^2+y^2 \geq 1$.

Exercice 6

Sur la carte ci-contre sont représentées trois villes et une route nationale.
Un centre logistique veut construire un entrepot au bord de cette route de telle sorte que celui-ci minimise les distances entre les trois villes.
Nous allons donc aider le dirigeant de ce centre à choisir le meilleur emplacement pour son entrepot.



1. Choisir un point sur la route nationale, le marquer d'une croix, effectuer les mesures MA, MB et MC, et donner la valeur de $MA+MB+MC$.
2. Construire un repère orthonormé sur cette carte qui suit les règles suivantes :
   - son origine est placée sur la route nationale,
   - l'axe des abscisses passe par la ville A,
   - les axes sont parallèles au bord de la carte.
3. Dans ce repère, à l'aide de votre règle trouver les coordonnées des points A, B, C et M. On arrondira les mesures à l'entier le plus proche pour les points A, B et C, et au dixième le plus proche pour M.
4. Calculer alors la valeur de $MA+MB+MC$.
5. Choisir maintenant plusieurs points sur la route nationale, et remplir le tableau suivant :

Abscisse du point sur la route nationale						
Ordonnée du point sur la route nationale						

6. À partir de ce tableau, expliquer pourquoi on peut admettre que la droite représentant la route nationale dans le repère choisi, a pour équation $y=x$.
7. Soit $M(x,x)$ un point de la route nationale. Notons $d(x)$ la distance $MA+MB+MC$. Montrer que :

$$d(x)=\sqrt{2x^2-2x+1}+\sqrt{2x^2-10x+17}+\sqrt{2x^2-12x+20}.$$

8. Compléter le tableau de valeur ci-dessous en arrondissant les résultats à 10^{-2} :

x	0	1	2	3	4	5
$d(x)$						

9. Le tableau précédent permet-il de répondre à notre problème ? Expliquer votre réponse.
10. À l'aide du tableur de votre calculatrice trouver les coordonnées du point M minimisant $MA+MB+MC$. Placer enfin ce point sur la carte.