Arithmétique

Exercice 1

1. Donner la liste des diviseurs de 315.
2. Quel est le rôle de l'algorithme ci-dessous ?

```
n = 3600
for i in range(1,3601):
        if n%i == 0:
                print(i)
```

Exercice 2

On considère les nombres $a = 24$ et $b = 18$.

1. Donner un multiple de a et un multiple de b.
2. Existe-t-il un nombre qui soit multiple de a et b strictement inférieur à ab ?
3. Déterminer le plus petit commun multiple entre $n = 36$ et $m = 168$.

Exercice 3

Dans chaque cas, donner tous les diviseurs de chacun des deux nombres, puis déterminer les diviseurs communs. Parmi ceux-là, déduire le plus grand commun diviseur aux deux nombres.

a. 15 et 35.
b. 60 et 40.
c. 45 et 64.
d. 270 et 180.
e. 56 et 99.

Exercice 4

Le crible d'Ératosthène permet de trouver tous les nombres premiers inférieurs à un certain entier.
Nous allons l'utiliser ici pour déterminer les nombres premiers inférieur à 100.
Dans le tableau ci-dessous, barrer tous les multiples de 2 sauf 2. Entourer ensuite le premier nombre non barré après 2, et barrer tous les multiples de ce nombres (sauf celui-ci) et répéter les opérations jusqu'à ne plus pouvoir rien barrer ou entourer.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 5

Écrire les fractions ci-dessous sous forme irréductible.

a. $\dfrac{45}{20}$.
b. $\dfrac{63}{42}$.
c. $\dfrac{121}{56}$.
d. $\dfrac{156}{234}$.
e. $\dfrac{1080}{1350}$.

Exercice 6

Soient a et a' deux nombres impairs. Montrer que $a^2 + a'^2$ est un nombre pair.

Exercice 7

Le but de cet exercice est de montrer que le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel.
Nous allons raisonner par l'absurde en supposant qu'il existe une fraction irréductible $\dfrac{a}{b}$, avec a et b des entiers, $b \neq 0$, tel que :

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}.$$

1. Montrer que $a^2 = 2b^2$.
2. En déduire que a est pair.
3. Montrer alors que b^2 est pair. Que peut-on en déduire pour b ?
4. Conclure.

Exercice 8

La conjecture de Goldbach affirme que "tout nombre pair supérieur ou égale à 4 est la somme de deux nombres premiers".

1. Vérifier cette conjecture pour tous les nombres pairs de l'intervalle $[10; 20]$.
2. Trouver tous les nombres premiers p et p' tels que $10 = p + p'$.