Probabilités conditionnelles

Union / Intersection / Contraire

A et B sont deux évènements d'un univers probabilisé.

Intersection

$A \cap B$ est l'évènement constitué de toutes les issues favorables à A et B.

Union / Réunion

$A \cup B$ est l'évènement constitué de toutes les issues favorables à A et/ou B.

Évènement contraire

$\overline{A}$ est l'évènement constitué de toutes les issues défavorables à A.

Formules

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B).$$

Probabilités conditionnelles

A et B sont deux évènements d'un univers probabilisé avec $P(B) \neq 0$.

La probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B s'est réalisé est notée $P_B(A)$ et :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

On a de plus :

$$P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A).$$

Ex : Le tableau suivant donne la répartition dans une entreprise des salariés en fonction de leur sexe (F ou H) et du fait qu'ils sont fumeurs ou non (C ou $\overline{C}$).

Déterminer $P_C(H)$.

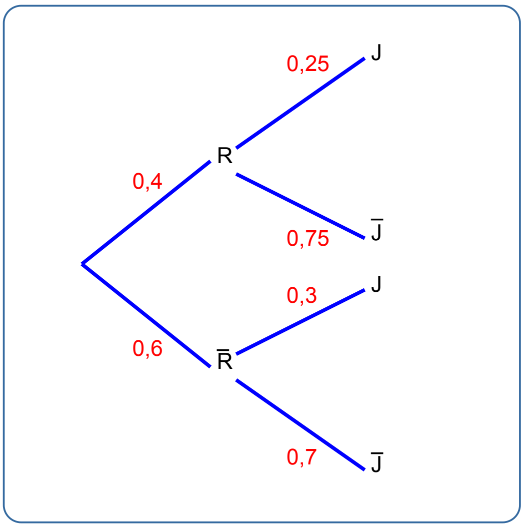
	F	H	Total
C	30	35	65
$\overline{C}$	90	45	135
Total	120	80	200

Sol : $P(C) = \frac{65}{200}$ et $P(H \cap C) = \frac{35}{200}$.

Ainsi :

$$P_C(H) = \frac{P(H \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{35}{200}}{\frac{65}{200}} = \frac{35}{65} = \frac{7}{13}.$$

Dans un arbre



En lisant l'arbre on a :

$P(R) = 0,4 \quad P(\overline{R}) = 0,6$
$P_R(J) = 0,25 \quad P_R(\overline{J}) = 0,75$
$P_{\overline{R}}(J) = 0,3 \quad P_{\overline{R}}(\overline{J}) = 0,7$

En utilisant l'arbre on obtient :

$P(R \cap J) = 0,4 \times 0,25 = 0,1$
$P(R \cap \overline{J}) = 0,4 \times 0,75 = 0,3$
$P(\overline{R} \cap J) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$
$P(\overline{R} \cap \overline{J}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$

$$\begin{aligned} P(J) &= P(R \cap J) + P(\overline{R} \cap J) \\ &= 0,1 + 0,18 \\ &= 0,28. \end{aligned}$$

$$P_J(R) = \frac{P(R \cap J)}{P(J)} = \frac{0,1}{0,28} \approx 0,357\,1.$$