TSTMG ∼ Fonction inverse

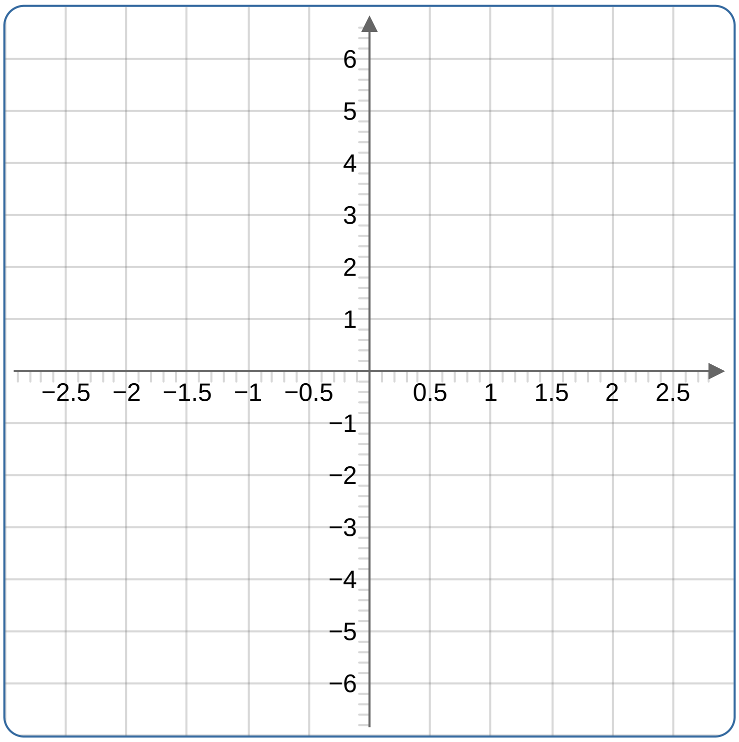
1 - Rappels

Définition 1

La fonction inverse est la fonction qui, à tout réel x , associe le réel

Remarque 1

L'ensemble de définition de la fonction inverse est que l'on note également



Remarque 2

La courbe représentative de la fonction inverse est une Elle est composée de deux branches.

Propriété 1
La fonction inverse est une fonction Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est donc par rapport à l'origine.

Preuve

Pour tout $x \neq 0$, notons

Propriété 2
La fonction inverse est

Remarque 3

Son tableau de variation est donc :

Propriété 3

Soit $a > 0$. Pour tout $x \in]0; +\infty[$:

- si $\dfrac{1}{x} \leq a$ alors
- si $\dfrac{1}{x} \geq a$ alors

Exemple 1

• Si $x \leq 3$ alors

• Si $\dfrac{1}{x+2} < 5$ alors

• $\dfrac{2}{x^2+1} > 10 \Longleftrightarrow$

2 - Limites aux bornes de l'ensemble de définition

Propriété 4 -- *Limites de la fonction inverse en l'infini*

• Soit x un nombre réel positif. On peut rendre aussi proche que l'on veut de si l'on choisit x

On note alors :

• Soit x un nombre réel négatif. On peut rendre aussi proche que l'on veut de si l'on choisit x

On note alors :

Propriété 5

Pour tout nombre réel a, on a :

Exemple 2

Propriété 6 -- Limites de la fonction inverse en 0

• Soit x un nombre réel On peut rendre aussi grand que l'on veut si l'on choisit x

On note alors :

• Soit x un nombre réel On peut rendre aussi petit que l'on veut si l'on choisit x

On note alors :

Propriété 7

Pour tout nombre réel on a : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} \dfrac{a}{x}$ et $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 0} \dfrac{a}{x}$

Pour tout nombre réel on a : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} \dfrac{a}{x}$ et $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 0} \dfrac{a}{x}$

Exemple 3

$$\lim_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} \frac{-4}{3x} =$$

Propriété 8 -- *Asymptote*

• En $-\infty$ et $+\infty$, l'hyperbole représentant la fonction inverse se rapproche de plus en plus de

On dit que l'axe des abscisses est à l'hyperbole en $-\infty$ et $+\infty$.

• Lorsque x se rapproche de 0, l'hyperbole représentant la fonction inverse se rapproche de plus en plus de

On dit que l'axe des ordonnées est à l'hyperbole.

3 - Dérivée de la fonction inverse

Propriété 9

La fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ est sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$ et on a :

Remarque 4

Pour tout $x \neq 0$, donc et $\left(\dfrac{1}{x}\right)' =$

Ainsi, la fonction inverse est bien sur chaque où elle est définie.

Tableau de variations complet de la fonction inverse

Propriété 10

Soient a et b deux réels non nuls. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par

On a :

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = -5x^3 + 3x^2 - x + 7 + \dfrac{2}{3x}$.

Correction