

TSTMG ~ Suites

1 - Suites arithmétiques

Définition 1

Une suite (u_n) est dite **arithmétique** si chaque terme s'obtient en **ajoutant** au précédent un même nombre appelé **raison** (noté généralement r), c'est-à-dire si :

Exemple 1

Pour la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 12$ et de raison 5 , on a :

$$u_1 =$$

Propriété 1

Si (u_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme u_0 (resp. u_1) et de raison r alors, pour tout entier n :

$$u_n = u_0 + nr \quad \text{resp.} \quad u_n = u_1 + (n-1)r$$

respectivement

Exemple 2

Pour la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 12$ et de raison 5 , on a, pour tout entier n :

Ainsi, par exemple, $u_7 =$

Propriété 2

Soient u, v, w trois termes consécutifs d'une suite arithmétique (u_n) .
On a : $w - v = v - u$

Exercice 1

Soit (v_n) une suite telle que $v_{10} = 18$, $v_{11} = 156$ et $v_{12} = 298$. La suite (v_n) est-elle arithmétique ?

Correction

Remarque 1

La moyenne arithmétique de deux nombres réels a et b est le nombre

Ainsi, si on considère trois termes consécutifs d'une suite arithmétique, le terme du milieu est la moyenne arithmétique des deux termes qui l'encadrent.

Propriété 3

La somme S de termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par :

Remarque 2

À l'aide de cette formule on a : $1 + 2 + 3 + \dots + n =$

En effet, on additionne les n premiers termes de la suites arithmétiques de premier terme et de raison

Exercice 2

Soit (u_n) la suite arithmétique représentant les entiers impairs positifs.

1. Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
2. Donner l'expression de u_n en fonction de n .
3. Déterminer la valeur de la somme $1 + 3 + 5 + \dots + 99$.

Correction

1. On a : $u_0 =$ et la raison vaut
2. Pour tout entier n ,
- 3.

2 - Suites géométriques

Définition 2

Une suite (u_n) est dite si chaque terme s'obtient en le précédent par un même nombre appelé (noté généralement), c'est-à-dire si :

Exemple 3

Pour la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2, on a :

$$u_1 =$$

Propriété 4

Si (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme u_0 (resp. u_1) et de raison q alors, pour tout entier n :
respectivement

Exemple 4

Pour la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2, on a, pour tout entier n :

Ainsi, par exemple, $u_7 =$

Propriété 5

Soient u_1, u_2, u_3 trois termes consécutifs d'une suite géométrique (u_n) .
On a :

Exercice 3

Soit (v_n) une suite telle que $v_5 = 4$, $v_6 = 28$ et $v_7 = 186$. La suite (v_n) est-elle géométrique ?

Correction

Remarque 3

La moyenne géométrique de deux nombres réels a et b est le nombre \sqrt{ab} .
Ainsi, si on considère trois termes consécutifs d'une suite géométrique, le terme du milieu est la moyenne géométrique des deux termes qui l'encadrent.

Propriété 6

La somme S_n de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q , est donnée par :

- Si $q \neq 1$,
- si $q = 1$:

Exercice 4

La légende rapporte que l'inventeur du jeu d'échecs demanda comme récompense à l'empereur de Chine de placer un grain de blé sur la première case d'un échiquier puis de doubler en passant d'une case à l'autre et ce jusqu'à la 64^e et dernière case.

1. Combien faudra-t-il de grains, en tout pour satisfaire sa demande ?
2. Calculer, au milliard de tonnes près, le poids total de blé nécessaire sachant qu'il faut à peu près 15 grains de blé pour faire un gramme.

Correction

1. On est en présence de la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = 2$

On a :

2. Le poids total nécessaire est de :

soit à peu près 15 000 000 000 de tonnes c'est-à-dire plus de 15 milliards de tonnes de production mondiale actuelle.