

TSTMG ~ Fonction exponentielle de base a

1 - Introduction

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 2$.

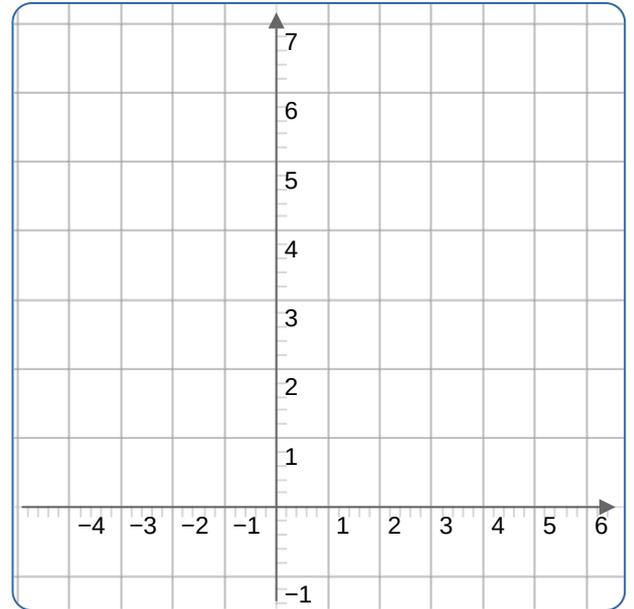
Pour tout entier n , on a : $u_n = 2^n$.

On construit un nuage de points en remplaçant n par des valeurs quelconques.

On remarque qu'une courbe peut passer par tous les points de ce nuage, et qu'elle représente alors une

La formule $u_n = 2^n$ est alors prolongée par celle de la fonction f définie sur par

La courbe de cette fonction (en bleu) passe parfaitement par les points du nuage précédent.



2 - Fonctions exponentielles

Définition 1

Soit a un nombre réel strictement positif. On admet prolongeant la suite géométrique

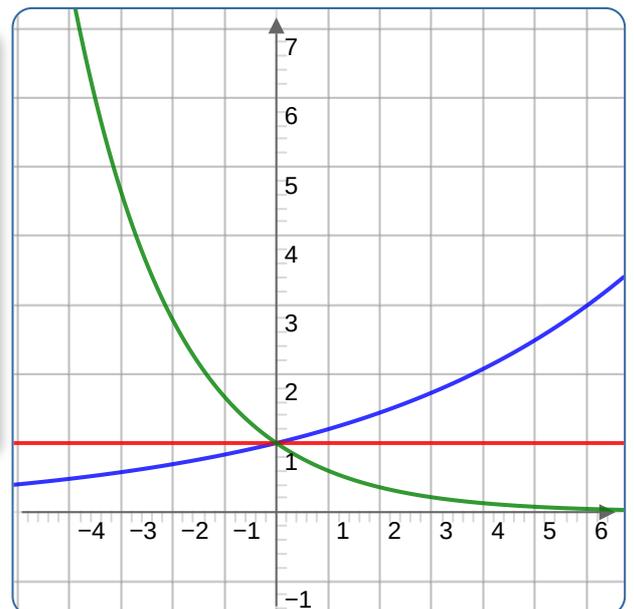
Pour tout réel x , on a :

Cette fonction s'appelle

une fonction f , définie sur

Propriété 1

- Si la fonction est
- Si la fonction est
- Si la fonction est sur \mathbb{R} ,



Exemple 1

La fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 0,99^x$ est

Propriété 2

Soient a un nombre réel strictement positif et k un nombre réel non nul. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

- Si $k > 1$ alors la fonction f a un minimum que la fonction f a
- Si $0 < k < 1$ alors la fonction f a un maximum de la fonction f

Exemple 2

- La fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -1 \times 0,8^x$ est
- La fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h(t) = 2,5 \times 1,01^t$ est

Propriété 3

Soient a et b des réels strictement positifs, et x et y des nombres réels.

- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $a^x \times b^x = (a \times b)^x$
- $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
- $a^x \times a^{-x} = 1$
- $\frac{a^x}{a^{-x}} = a^{2x}$
- $a^x \times a^0 = a^x$
- $\frac{a^x}{a^0} = a^x$
- $a^0 \times a^x = a^x$
- $\frac{a^0}{a^x} = \frac{1}{a^x}$
- $a^x \times a^x = a^{2x}$
- $\frac{a^x}{a^x} = 1$
- $a^x \times a^{-x} = 1$
- $\frac{a^x}{a^{-x}} = a^{2x}$
- $a^x \times a^0 = a^x$
- $\frac{a^x}{a^0} = a^x$
- $a^0 \times a^x = a^x$
- $\frac{a^0}{a^x} = \frac{1}{a^x}$

Définition 2 -- Racine n -ième

Soient a et b des réels positifs et n un entier naturel non nul.

Si $a^n = b$ alors a est la n -ième racine de b et on note :

Propriété 4

Soient x un nombre réel positif et n un entier naturel non nul.

On a :

Exemple 3

Sur $[0 ; +\infty[$, l'équation $x^5 = 3$ a pour solution :