- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

## **Exercice 1**

Soit f la fonction telle pour que pour tout x,  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .

- 1. Justifier que f est définie sur  $\mathbb R$ , puis étudier sa parité.
- 2. Donner l'expression de f'(x).
- 3. Déterminer les variations de f sur  $\mathbb{R}$ .
- 4. Calculer  $\lim_{x o +\infty} f(x)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 2**

Soient les fonctions f et g définies sur leur ensemble de définition par :

$$f(x) = \ln(1+x)$$
 et  $g(x) = \ln(1-x)$ .

- 1. Justifier que les deux fonctions sont définies simultanément sur ]-1,1[.
- 2. Déterminer g'(x) pour tout  $x \in ]-1,1[$ .
- 3. Résoudre dans ]-1,1[ l'équation f(x)=g(x).

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 3**

Soient la fonctions f sur  $\mathbb R$  par  $f(x)=e^{x^2-5x+4}.$ 

- 1. Déterminer les limites de f en  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- 2. Déterminer f'(x) pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
- 3. Résoudre l'équation f(x)=1 sur  $\mathbb{R}$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 4**

Soit la fonction f définie sur son ensemble de définition par  $f(x) = x \ln(2x) - x$ .

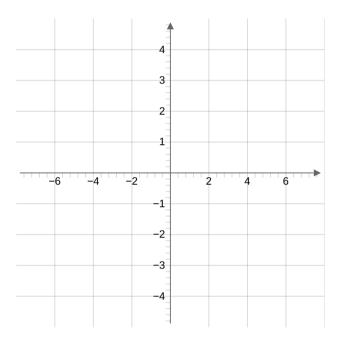
- 1. Justifier que f est bien définie sur  $\mathbb{R}_+^*$ .
- 2. Déterminer f'(x) pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$ .
- 3. Établir les variations de f sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 5

On considère la fonction f définie sur  $]0;+\infty[$  par  $:f(x)=x\ln(x)-x$  et  $g(x)=\ln(x)$ .

1. Tracer, sans être nécessairement très précis, l'allure de la courbe  $\mathcal{C}_g$  (courbe représentative de la fonction g) dans le repère suivant:



- 2. Calculer :  $\lim_{x \to 0} f(x)$ .
- 3. Calculer pour tout x de  $]0;+\infty[$  l'expression de f'(x) et dresser le tableau de variation de f sur  $].;+\infty[$ .
- 4. Quel relation peut-on faire entre f et g?
- 5. En déduire la valeur de  $\int_1^5 \ln(t) dt$ . 6. Montrer que :  $f(2x) = 2x(\ln(x) + \ln(2) 1)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 6**

On considère la fonction u définie sur  $[0;+\infty[$  par :  $u(x)=1+xe^{-x}.$ 

- 1. Déterminer l'expression de u'(x).
- 2. Dresser le tableau de variation de u sur  $\mathbb{R}$ .
- 3. Déterminer les limites de u en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- 4. Soit f, la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln(u(x))$ . Calculer f'(x).

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 7

- 1. Résoudre l'inéquation  $\ln(2x-6) < 0$ .
- 2. Soit f la fonction définie sur  $[1; +\infty[$  par  $f(x)=x-\ln(x)$ . Montrer que l'équation f(x)=2 admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[1; +\infty[$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 8**

Soit F la fonction définie sur  $\mathbb R$  par  $F(x)=x\mathrm{e}^{-x}.$ 

- 1. Montrer que F est une primitive de la fonction f définie sur  $\mathbb R$  par  $f(x)=(1-x)\mathrm e^{-x}$ . Existe-t-il d'autres primitives de la fonction f ?
- 2. Calculer  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 9**

Soit f la fonction définie sur  $[0\,;\pi]$  par  $f(t)=\cos(t)+\sin(2t)$ .

- 1. Jusfifier que pour tout  $t \in [0\,;\pi]$ ,  $-2 \le f(t) \le 2$ .
- 2. Montrer que tout  $t \in [0\,;\pi]$ ,  $f(t+2\pi)=f(t)$ .

3. Calculer 
$$\int_0^\pi f(t) dt$$
.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 10**

Soit g la fonction définie sur  $\mathbb R$  par  $g(x)=\sin\Big(3x+rac{\pi}{4}\Big).$ 

- 1. Déterminer la valeur exacte de g(0) et  $g(\pi)$ .
- 2. Montrer que g est solution de l'équation différentielle y''+9y=0.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 11**

On considère l'équation différentielle (E) : y' + 0, 1y = 5.

- 1. Déterminer la solution générale de (E) sur  $\mathbb R$ .
- 2. Déterminer l'expression de la solution f qui vérifie f(-1)=0.
- 3. Déterminer  $\lim_{t \to +\infty} f(t)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 12**

On considère l'équation différentielle (E) : y'-2y=6.

- 1. Déterminer la solution générale de (E) sur  $\mathbb R$ .
- 2. Déterminer l'expression de la solution f qui vérifie f(1)=0.
- 3. Déterminer  $\lim_{t o +\infty} f(t)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 13**

On considère l'équation différentielle (E) : y'-y=10.

- 1. Déterminer la solution générale de (E) sur  $\mathbb R$ .
- 2. Déterminer l'expression de la solution f qui vérifie f(0)=5.
- 3. Résoudre sur  $\mathbb R$  l'équation f(t)=100.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 14**

On considère l'équation différentielle (E): y'-5y=55.

- 1. Déterminer la solution générale de (E) sur  $\mathbb R$ .
- 2. Déterminer l'expression de la solution f qui vérifie f(0) = 1.
- 3. Résoudre sur  $\mathbb R$  l'équation f(t)=30.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 15**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0=2$  et pour tout entier  $n,u_{n+1}=3u_n+2$ . La suite  $(v_n)$  est définie pour tout entier n par  $v_n=u_n+1$ .

- 1. Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
- 2. Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.
- 3. Déterminer  $\lim_{n \to +\infty} u_n$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 16**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0=-1$  et pour tout entier n,  $u_{n+1}=0, 5u_n-3$ . La suite  $(v_n)$  est définie pour tout entier n par  $v_n=u_n+6$ .

- 1. Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
- 2. Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.
- 3. Déterminer  $\lim_{n \to +\infty} u_n$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 17**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0=50$  et pour tout entier n,  $u_{n+1}=0$ ,  $95u_n+3$ . On définit de plus, pour tout entier n, la suite  $(v_n)$  par  $v_n=60-u_n$ .

- 1. Déterminer les valeurs de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
- 2. Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95.
- 3. Donner alors l'expression de  $u_n$  en fonction de n.
- 4. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
- 5. Quel est le rôle de l'algorithme suivant :

```
1 u = 50
2 k = 0
3 while u < 59.999:
4 k = k+1
5 u = 0.95*u+3
6 print(k)
```

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 18**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0=20$  et pour tout entier  $n,u_{n+1}=1,5\,u_n-6$ .

- 1. Déterminer la valeur de  $u_1$ .
- 2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'après exécution il affiche le rang du premier terme à partir duquel  $u_n > 1000$ .

```
1 n = 0
2 u = ...
3 while u ... :
4 n = ...
5 u = ...
6 print
```

- 3. On admet que pour tout entier  $n, u_n = 8 \times 1, 5^n + 12$ .
  - a. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
  - b. Résoudre l'inéquation  $u_n \geq 1000$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 19

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0=2$  et pour tout entier  $n,u_{n+1}=\sqrt{10u_n}$ .

- 1. Déterminer à l'aide d'une calculatrice  $u_1, u_2, u_3$  et  $u_4$ . Quelles conjectures peut-on émettre ?
- 2. On pose  $v_n = \ln(u_n) \ln(10)$ . Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- 3. Donner alors l'expression de  $v_n$  puis de  $u_n$  en fonction de n.
- 4. En déduire la limite de la suite  $(u_n)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 20**

Soit  $(w_n)$  la suite géométrie de raison 1,01 et telle que  $w_1=505$ .

- 1. Déterminer la valeur de  $w_0$ .
- 2. Déterminer le sens de variations de  $(w_n)$  ainsi que sa limite en  $+\infty$ .
- 3. Donner l'expression de  $w_n$  en fonction de n.
- 4. Déterminer la valeur exacte de  $\displaystyle\sum_{k=0}^{10} w_k$  .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 21**

Un grossiste en boules de bowling en reçoit de deux fournisseurs, que l'on notera fournisseurs A et B. Le fournisseur A correspond à 80 % des boules de bowling que reçoit ce grossiste. Parmi les boules reçues du fournisseur A, 3 % sont défectueuses, et parmi celles du fournisseurs B, 1 % sont défectueuses. On note D l'événement : "la boule de bowling est défectueuse", et A : "la boule de bowling provient du fournisseur A".

- 1. Modéliser la situation par un arbre de probabilité.
- 2. Déterminer P(D).
- 3. Le grossiste choisit au hasard une boule dans son stock. Celle-ci est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 22

On s'intéresse à la clientèle d'un musée.

Chaque visiteur peut acheter son billet sur internet avant sa visite ou l'acheter aux caisses du musée à son arrivée. Pour l'instant, la location d'un audioguide pour la visite n'est possible qu'aux caisses du musée. Le directeur s'interroge sur la pertinence de proposer la réservation des audioguides sur internet. Une étude est réalisée. Elle révèle que:

- 70 % des clients achètent leur billet sur internet;
- parmi les clients achetant leur billet sur internet, 35 % choisissent à leur arrivée au musée une visite avec un audioguide ;
- parmi les clients achetant leur billet aux caisses du musée, 55 % choisissent une visite avec un audioguide.

On choisit au hasard un client du musée. On considère les évènements suivants :

- A : « Le client choisit une visite avec un audioguide » ;
- B : « Le client achète son billet sur internet avant sa visite ».
  - 1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
  - 2. Démontrer que la probabilité que le client choisisse une visite avec un audioguide est égale à 0,41.
  - 3. On s'intéresse aux clients qui visitent le musée avec un audioguide. Si plus de la moitié d'entre eux ont acheté leur billet sur internet alors le directeur proposera à l'avenir la location de l'audioguide sur le site internet du musée.
    - D'après les résultats de cette étude, que va décider le directeur? Justifier la réponse.
  - 4. On observe un échantillon de 50 visiteurs. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de visiteurs ayant choisi une visite avec audioguide dans cet échantillon.
    - a. Quelle loi de probabilité suit la variable X ?
    - b. Déterminer E(X) l'espérance de X.
    - c. Déterminer P(X > 25).

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 23

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30 €) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).

#### Il remarque que:

- $80\,\%$  de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à  $30\,$ €. Parmi eux :
  - 40 % paient en espèces;
  - $\bullet~40~\%$  paient avec une carte bancaire en mode sans contact ;
  - les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.
- 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à  $30 \in$ . Parmi eux :
  - 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret;
  - les autres paient en espèces.

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.

On considère les évènements suivants :

- V: « pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à  $30 \in \mathbb{R}$  »;
- E : « pour son achat, le client a réglé en espèces »;
- ullet C: « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret » ;
- S : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ».
  - 1. a. Donner la probabilité de l'évènement V, notée P(V), ainsi que la probabilité de S sachant V notée  $P_V(S)$ .
    - b. Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
  - 2. a. Calculer la probabilité que pour son achat, le client ait réglé un montant inférieur ou égal à 30 € et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sans contact.
    - b. Montrer que la probabilité de l'évènement: « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est égale à 0,62.
  - 3. Un client sort de cette boutique en affirmant qu'il a réglé ses achats en espèces. Quelle est la probabilité que le montant dépensé soit strictement inférieur à  $30 \in$  ?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 24**

Une usine conditionne sa production d'un certain type de vis dans des boîtes de 30 pièces.

La probabilité qu'une vis soit conforme est de 0,98, et la production est suffisamment importante pour que le choix d'une vis soit considéré comme un tirage avec remise.

On considère X la variable aléatoire qui a toute boite de 30 pièces associe le nombre de vis non conformes qu'elle contient.

- 1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2. Calculer, à  $10^{-3}$ ,  $P(X \ge 2)$  et interpréter le résultat.
- 3. Une boîte de 30 vis de cette production ne peut être mise en vente si elle contient au moins deux vis non conformes. L'usine choisit de vendre  $1\,000$  de ces boîtes à un grand magasin. La constitution et le choix d'une boîte dans l'ensemble de la production est également assimilée à un tirage avec remise.

On note Y la variable aléatoire qui à un échantillon de  $1\,000$  boites associe le nombre de boîtes invendables.

- a. Déterminer les valeurs de l'espérance de Y, notée E(Y) ainsi que de son écart-type  $\sigma(Y)$ . Les résultats seront arrondis à l'unité.
- b. L'usine propose d'offrir 50 boites sur les  $1\,000$  au magasin. Ce choix est-il raisonnable ?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

#### **Exercice 25**

Soit n un entier naturel non nul.

On lance n fois un dé équilibré à six faces. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de face 1 obtenu après ces n lancers.

- 1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2. Déterminer la probabilité que l'on obtienne au moins une fois la face 6 parmi ces n lancers.
- 3. Déterminer la valeur minimale de n pour que  $P(X \geq 1) > 0,95$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 26

Un producteur conditionne 40 pommes par caisse. Les masses des pommes de sa production, exprimées en grammes, sont réparties de la façon suivante :

Masse	148	149	150	151	152
Fréquence	0, 13	0,25	0, 28	0, 23	0, 11

On note X la variable aléatoire qui à une pomme choisie au hasard dans la production associe sa masse.

La production est suffisamment importante pour considérer qu'une caisse de 40 pommes est un échantillon de taille 40 de la loi de X. On notera S la variable aléatoire associée à la masse d'une caisse choisie au hasard.

- 1. Calculer l'espérance et l'écart-type de X. On les notera respectivement E(X) et  $\sigma(X)$  et les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$ .
- 2. Même question pour la variable aléatoire S.
- 3. Le producteur affirme que ses caisses pèsent chacune  $6\ \mathrm{kg}$ . Cette affirmation est-elle fiable ?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 27**

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes sur un même univers fini.

La loi de probabilité de X est donnée dans le tableau ci-dessous, et on a pour la variable  $Y: \mathrm{E}(Y) = 2, 5$  et  $\mathrm{V}(Y) = 1, 2$ .

$x_i$	-1	0	3
$P(X=x_i)$	0, 13	0,25	•••

- 1. Déterminer P(X=3) puis  $\mathrm{E}(X)$ ,  $\mathrm{V}(X)$  ainsi que  $\sigma(X)$ .
- 2. Calculer E(X + Y), E(3Y) et V(X + Y).

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 28**

La consommation d'eau quotidienne en litres d'une ou un français pris au hasard dans la population est donnée par une variable aléatoire C telle que  $\mathrm{E}(C)=150$  et  $\mathrm{V}(C)=900$ .

- 1. Justifier qu'au moins  $75\,\%$  de la population française consomme entre  $90\,$  et  $210\,$  litres d'eau par jour.
- 2. Est-il vrai de dire que « la probabilité que l'écart entre C et 150 soit strictement inférieur à 90 litres est supérieure à 0,85 »

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 29

Une pièce de monnaie est truquée de telle sorte que la probabilité d'obtenir pile est de 0,7.

On lance 100 fois cette pièce et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de piles obtenus après les 100 lancers.

- 1. Quelle loi de probabilité suit X? Déterminer l'espérance et la variance de X, que l'on note  $\mathrm{E}(X)$  et  $\mathrm{V}(X)$ .
- 2. En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, donner une majoration de la probabilité que le nombre de piles obtenu soit compris entre 65 et 75.
- 3. Comparer ce résultat à ce que l'obtient à la calculatrice pour  $P(|X-E(X)| \geq 5)$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 30**

On se place dans un repère de l'espace, et on considère les plans :

$$P_1: 3x + y - 2z + 1 = 0,$$

$$P_2: -2x + 3y - 5z - 2 = 0.$$

On considère de plus le point A(-1;4;2).

- 1. Déterminer la position relative des plans  $P_1$  et  $P_2$ .
- 2. Le point A appartient-il à l'un des plans  $P_1$  ou  $P_2$ .
- 3. Déterminer une équation paramétrique de la droite passant par A et orthogonale à  $P_1$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 31

On se place dans un repère de l'espace, et on considère les points A(-1;0;2), B(3;-2;1) et C(4;-4;-2). On définit de plus le plan P par l'équation 3x-y+2z+2=0.

- 1. Déterminer une paramétrisation de la droite (AB).
- 2. Le point C est-il un point de (AB)?
- 3. Le plan et la droite (AB) sont-ils sécants ? Si oui, déterminer les coordonnées du point d'intersection.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 32

Dans l'espace muni du repère othonormal  $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$  on considère le plan P d'équation x+y+z-3=0 ainsi que le point M(2;-3;1).

- 1. Le point M appartient-il au plan P ?
- 2. Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par M et orthogonale à P.
- 3. Déterminer les coordonnées du point H intersection de D et P.
- 4. En déduire la distance du point M au plan P.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 33

Dans l'espace muni du repère othonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on considère les droites  $d_1$  et  $d_2$  de représentations paramétriques respectives :

$$(d_1): \left\{egin{array}{lll} x&=&2-3t\ y&=&1+t\ z&=&-3+2t \end{array}
ight., t\in\mathbb{R}$$

et

$$(d_2): \left\{egin{array}{lll} x&=&6t'\ y&=&2-2t'\ z&=&5-4t' \end{array}
ight., t'\in\mathbb{R}$$

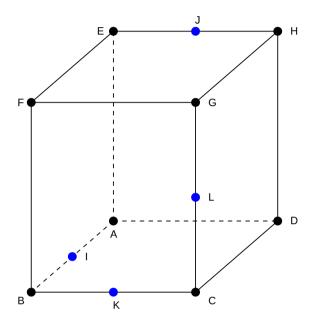
Étudier les positions relatives de ces deux droites.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 34

 $\star\star$ 

ABCDEFGH est un cube.



I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment [EH], K est le milieu du segment [BC] et L est le milieu du segment [CG].

On munit l'espace du repère orthonormé  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ 

- 1. a. Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).
  - b. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).
- 2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
- 3. Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 35**

Soit E l'ensemble des nombres à 10 chiffres s'écrivant à l'aide des chiffres 1,2 ou 3.

- 1. Justifier que le cardinal de E est de  $\mathbf{3}^{10}$ .
- 2. Déterminer le nombre d'élèments de E qui ne contiennent pas le chiffre 1.
- 3. Déterminer le nombre d'élèments de E qui contiennent exactement deux fois le chiffre 1.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 36

Riri, Fifi et Loulou participent à un cours de sport réunissant 10 personnes en les comptant.

- 1. Ces 10 personnes s'apprêtent à faire une course.
  - a. Donner le nombre de classements possibles.
  - b. En estimant que tout les classements sont équiprobables, quelle est la probabilité que Rifi, Fifi et Loulou soit tous les trois sur le podium ?
- 2. L'entraîneur décide de constituer aux hasard des équipes deux personnes.
  - a. Combien d'équipes possibles dénombre-t-on?
  - b. Quelle est la probabilité que Riri se retrouve avec Fifi ou Loulou?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 37**

Soit n un entier. Écrire le plus simplement possible les nombres suivants :

1. 
$$a=rac{(n+2)!}{n!}$$

2. 
$$b = \binom{n}{1}$$

3. Montrer que pour tout entier 
$$n$$
,  $\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n-1)!} = \frac{n+1}{n!}$ .

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 38**

Un octet est un 8-uplet de  $\{0;1\}$ . Chaque élément d'un octet s'appelle un bit.

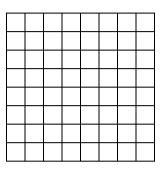
- 1. Donner un exemple d'un octet.
- 2. Combien d'octets différents peut-on écrire?
- 3. Combien d'octets possèdent au moins deux bits consécutifs égaux ?

Par exemple, l'octet : 10111001 possède la séquence 111, donc contient au moins deux bits consécutifs égaux.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 39

On considère le quadrillage de Pixel Art ci-dessous.



- 1. Combien de dessins différents peut-on faire en ne coloriant les cases qu'avec deux couleurs ?
- 2. La console NES, sortie en 1983 au Japon, possède une architecture 8 bits qui lui permet de gérer des sprites (les personnages dans les jeux) codés sur 8 × 8 pixels, comme le quadrillage précédent.

Pour un même jeu, le créateur choisissait quatre couleurs différentes pour ces sprites parmi une palette de 64 couleurs, dont la couleur transparente utilisée dans toutes les palettes. Ainsi chaque sprite était dessiné avec la couleur transparente (pour faire apparaître le fond) et avec trois autres « vraies » couleurs.

- a. Combien de palettes de quatre couleurs distinctes (comprenant la couleur transparente) pouvait-on utilisée sur la NES ?
- b. Une fois les quatre couleurs choisies, combien de sprites différents pouvait-on créer ?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 40**

Un digicode possède 10 touches numérotées de 0 jusqu'à 9 et les lettres A et B.

On sait que le code permettant d'ouvrir la porte protégée par ce digicode est composé de quatre chiffres suivis d'une lettre.

- 1. Combien de codes différents peut-on écrire en suivant cette information ?
- 2. On remarque que la touche 0 est très usée, et on suppose que le code d'ouverture possède ce numéro. Combien de codes possibles dénombre-t-on alors ?

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### **Exercice 41**

En France, une boulangerie est dans l'obligation de fermer un jour par semaine. Dans une certaine ville on compte cinq boulangeries.

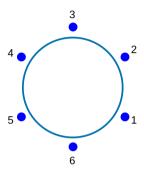
- 1. Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire pour l'ensemble des boulangeries de cette ville.
- 2. Même question mais avec l'obligation de ne pas fermer le même jour.
- 3. Même question mais avec l'obligation qu'il y ait au moins une boulangerie ouverte chaque jour.

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
- Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon qui est à votre disposition.
- Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.
- La démarche et la pertinence de la justification seront valorisées, même si qu'une partie du sujet n'est traitée.
- Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours du dialogue.

### Exercice 42

Une table ronde comporte six places, numérotées de 1 à 6.

On veut répartir six personnes autour de cette table dont deux ne peuvent être placées côte à côte. Appelons-les Booris et Kaaba.



- 1. Combien y-a-t-il de dispositions possibles?
- 2. Même question si les places ne sont pas numérotées.