

DM ~ Suites et probabilités

Exercice 1

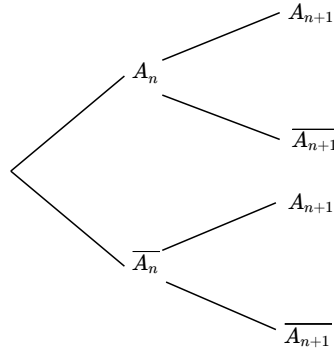
Syagria utilise deux modes de transport pour se rendre à son travail : sa voiture ou son vélo.

Lorsqu'un jour elle a utilisé sa voiture, la probabilité qu'elle la prenne le lendemain est de $0,3$, alors que si elle s'est rendue au travail en vélo, la probabilité qu'elle l'utilise le lendemain est de $0,6$.

On note A_n l'évènement : « Syagria a utilisé sa voiture le n^e jour » et $a_n = P(A_n)$.

Le premier jour Syagria se rend au travail en voiture.

1. Donner la valeur de a_1 et déterminer celle de a_2 puis de a_3 .
2. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



3. Montrer alors que $a_{n+1} = 0,4 - 0,1a_n$.
4. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_n = a_n - \frac{4}{11}$.
 - a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme u_1 et la raison.
 - b. Montrer alors que pour tout entier n , $a_n = \frac{7}{11} \times (-0,1)^{n-1} + \frac{4}{11}$.
5. Une collègue de Syagria prédit que dans plus de six mois il y aura moins d'une chance sur trois que cette dernière prenne sa voiture. A-t-elle raison ?

Exercice 2

Dans une course de fond de niveau départemental, 10% des coureurs ont plus de 50 ans.

Un temps minimal doit être effectué pour se qualifier pour la compétition régionale.

Les éditions des années précédentes permettent d'affirmer que 5% des coureurs de plus de 50 ans réussissent à se qualifier pour la compétition régionale alors que 14% de l'ensemble des participants y arrivent.

Partie 1

On choisit au hasard un participant à cette course de recrutement et on note :

- V l'évènement « le participant a plus de 50 ans » ;
- R l'évènement « le participant se qualifie pour la compétition de niveau régionale » ;
- \bar{V} et \bar{R} les évènements contraires des évènements V et R respectivement.

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer $P_{\bar{V}}(R)$.
3. Après la course, un participant est qualifié pour la compétition régionale. Qu'elle est la probabilité qu'il ait plus de 50 ans ?

Partie 2

1. On considère un échantillon de dix coureurs choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant les coureurs qui se qualifient pour la compétition régionale.
 - a. Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X . Quels sont ses paramètres ?
 - b. Déterminer $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 - c. Calculer la probabilité qu'un seul des 10 coureurs se qualifie ?
 - d. Calculer la probabilité qu'au moins deux coureurs se qualifient ?
2. Un club d'athlétisme présente n participants à la course départementale, n étant un entier non nul.
 - a. Donner l'expression, en fonction de n , de la probabilité qu'aucun participant issu de ce club ne se qualifie pour la compétition régionale.
 - b. L'algorithme ci-dessous affiche 31 . Comment interpréter ce résultat pour le club d'athlétisme ?

```
1 n = 1
2 while 1-0.86**n <= 0.99:
3     n = n+1
4 print(n)
```