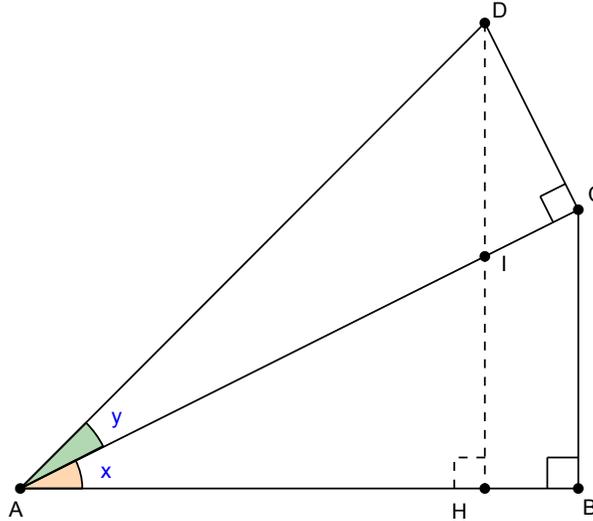


DM n°5 ~ Trigonométrie

Dans la figure ci-dessous les triangles ABC et ACD sont rectangles respectivement en B et C .
 Le point H est le projeté orthogonal de D sur (AB) et on note I l'intersection entre (DH) et (AC) .
 On note x et y les mesures respectives des angles \widehat{BAC} et \widehat{CAD} .



1. Montrer que $\frac{AB}{AD} = \cos(x) \cos(y)$.

2. Exprimer $\cos(x + y)$ en fonction de AH et AD .

3. Montrer que $\frac{AH}{AD} = \frac{AB}{AD} - \frac{HB}{AD}$.

4. Construire la parallèle à (AB) passant par C . Elle coupe (DH) en J .

5. Exprimer la mesure des angles : \widehat{AIH} , \widehat{DIC} et \widehat{JDC} en fonction de x et y . En déduire la valeur de $\frac{HB}{CD}$.

6. Montrer que : $\frac{1}{AD} = \frac{\sin(y)}{CD}$.

7. En déduire que : $\frac{HB}{AD} = \sin(x) \sin(y)$.

8. En utilisant tous les résultats obtenus précédemment démontrer que :

$$\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y).$$

9. En se replaçant dans le triangle ABC , et en utilisant le théorème de Pythagore, démontrer que :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1.$$

10. En utilisant les deux formules précédentes, démontrer que $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1$.

11. En déduire l'expression de $\cos^2(x)$ en fonction de $\cos(2x)$.