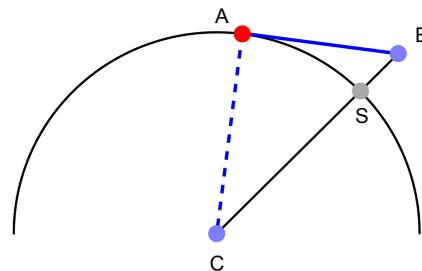


DM ~ Mesurer des distances sur Terre

1 - Les horizons

On considère dans cette partie que la terre est sphérique et que son rayon R vaut approximativement **6 371** km.

On se pose la question de la distance maximale à laquelle peut se porter le regard d'une personne, se situant à une hauteur h , à la surface de la Terre. Dans le graphique ci-dessous les échelles ne sont pas respectées pour des raisons de lisibilité. Les yeux de la personne sont situés en B et son regard porte jusqu'en A . Le point C est le centre de la Terre et le point S est le point d'intersection entre le niveau 0 et la droite (CB) .



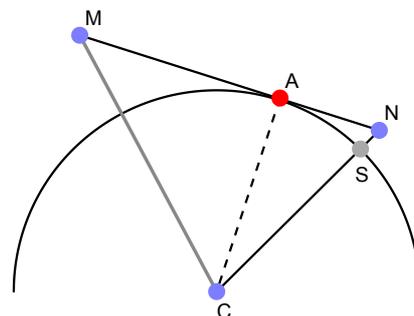
On a $CS = CA = R$, $SB = h$, et la droite (BA) est tangente au cercle en A .

1. Montrer que pour réel $h \geq 0$, $AB = \sqrt{h^2 + 12\,742h}$.
2. Lorsqu'une personne se tient à **2** mètres au-dessus du niveau de la mer, à quelle distance porte son regard ? Même question pour une hauteur de **200** mètres.
3. On s'intéresse maintenant à l'angle $\alpha = \widehat{CBA}$.
 - a. Montrer que $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{h^2 + 12\,742h}}{6\,371 + h}$.
 - b. Déterminer $\lim_{h \rightarrow +\infty} \cos(\alpha)$.
 - c. En déduire la position limite du point A sur la Terre par rapport au point S .

4. Sur le schéma suivant est modélisé au point M le sommet du Monte-Padru, point culminant de la Corse, dont l'altitude est de **2 390** m. Le point N représente la hauteur des yeux d'un observateur dans la ville de Nice.

On estime que la distance NM vaut **190** km et que la droite (NM) est tangente au cercle représentant la Terre en A .

Quelle est la hauteur minimale où doit se situer l'observateur à Nice pour qu'il puisse voir le sommet du Monte-Padru ?



2 - La triangulation

Dans la figure ci-contre, les angles α , β et γ du triangle ABC sont aigus. On note $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

1. Construire la hauteur $[CH]$ et en appliquant les formules de trigonométrie, démontrer que

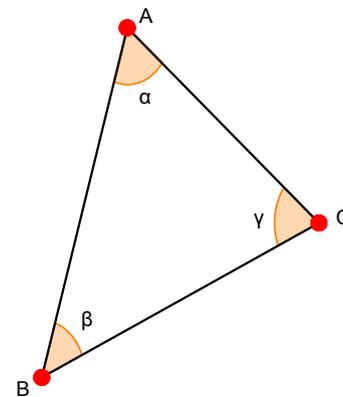
$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$$

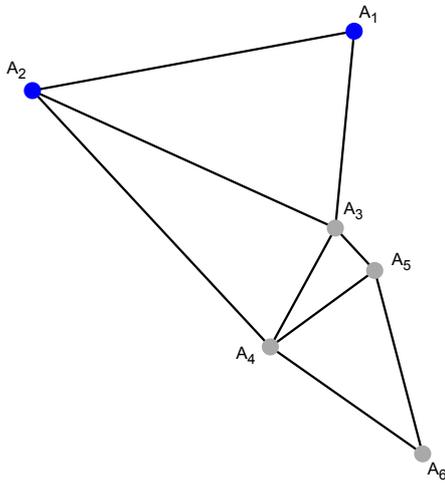
En déduire l'expression de b en fonction de a , α et β .

2. Dans la figure ci-dessous on a :

- $A_1A_2 = 30$ km,
- $\widehat{A_2A_1A_3} = 74^\circ$, $\widehat{A_1A_2A_3} = 35^\circ$,
- $\widehat{A_3A_2A_4} = 23^\circ$, $\widehat{A_2A_3A_4} = 86^\circ$,
- $\widehat{A_4A_3A_5} = 70^\circ$, $\widehat{A_3A_4A_5} = 25^\circ$,
- $\widehat{A_4A_5A_6} = 68^\circ$, $\widehat{A_5A_4A_6} = 72^\circ$.

Déterminer la longueur A_5A_6 .





3. En utilisant les résultats de cette partie, expliquer l'utilité de la carte suivante établie en 1744.

